

機関番号：32665

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2008～2010

課題番号：20530161

研究課題名(和文) 非対称 n 人協調ゲームにおける確率進化と均衡選択研究課題名(英文) Stochastic evolution and equilibrium selection in n -person asymmetric coordination games

研究代表者

丸田 利昌 (MARUTA TOSHIMASA)

日本大学大学院総合科学研究科・教授

研究者番号：60295730

研究成果の概要(和文)：

ゲームの均衡が複数ある場合に、そのゲームがプレイされてゆく戦略調整過程を明示的に考慮に入れることにより、どの均衡が最も「安定」であるかを明らかにしようとする試みを均衡選択という。本研究は、多数の個人によってプレイされるゲームにおける均衡選択問題について、確率進化と呼ばれる手法を用いて考察した。2人ゲームにおける既存の結果と大きく異なり、選択される均衡は戦略調整過程に強く依存することが明らかとなった。特に、適応プレイや複数集団ランダムマッチングと、単一集団ランダムマッチングとでは、選択される均衡が全く異なりうることが判明した。

研究成果の概要(英文)：

Given a game with multiple equilibria, the equilibrium selection problem asks: Which equilibrium is, if any, most “stable”? To answer the question, an equilibrium selection model singles out an equilibrium by specifying and investigating the strategy adjustment process through which the players play the game. Employing the stochastic evolution approach, we examine the equilibrium selection problem in many-person games. In a sharp contrast to the previously known results for two-person games, we find that the selection outcome is very sensitive to the strategy adjustment process. In particular, the selection outcome under the adaptive play or the multi-population random matching may be radically different from that under the single population random matching.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,800,000	540,000	2,340,000

研究分野：ゲーム理論

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：協調ゲーム, 均衡選択, 確率進化, 進化ゲーム理論

1. 研究開始当初の背景

経済学および関連する諸科学において、ゲーム理論は複数個人間の相互作用を分析する際の共通言語として定着しつつある。しかしながら、その基礎には未だ満足に解決されざる諸問題が横たわっている。本研究は、そのような問題のひとつである均衡選択問題を考察する。ゲームには性質を異にする複数の(Nash)均衡が存在し得るが、これらは(Pareto)効率性や安定性において一般に異なる性質を持つ。特に、完全競争市場における(Walras)均衡とは対照的に、ゲームの均衡は効率的であるとは限らない。また、市場均衡には価格機構による需給調整という動学過程をその背後に想定することは自然であるが、ゲームについてはそもそもどのような調整過程を通じて均衡が実現されるのかが必ずしも明らかではない。かくして、はたしてどの均衡が最も実現しやすいと考えられるのかという問いが、複数均衡を持つゲームについての重要な問題として浮上する。この問いに答えようとする試みを均衡選択理論という。

文献[1]による先駆的業績以来、様々な接近が試みられているが、本研究は[2]および[3]によって開発された「確率進化」とよばれる均衡選択理論に注目する。この分析法が想定するプレイヤーは、2重の意味で「限定合理的」である。第1に、与えられた戦略分布に対し、将来にわたる利得系列でなくその時点のみの利得の最大化を目指すという意味で、近視眼的である。第2に、確率的に発生するかく乱により、その近視眼的最適化すら果たされない可能性がある。このようなプレイヤーからなる戦略調整過程がマルコフ連鎖として定式化され、かく乱の確率に応じて定常分布が定まる。かく乱確率をゼロに漸近させるときに定まる極限定常分布を用い、(確率安定均衡とよばれる)観測頻度が最も高くなると期待される均衡を特定するのが、確率進化分析の特徴である。研究代表者は従来から確率進化分析に取り組んでおり、[4]および[5]はその主要な成果である。

均衡選択理論が主に考察の対象とするのは、協調ゲームである。協調ゲームとは、複数の狭義均衡をもつゲームのクラスであり、戦略的補完性やネットワーク外部性の存在する経済環境の標準的モデル化として定着している([6])。最も単純な2人2戦略協調ゲームとして、図1、図2のゲームがある。これらのゲームは均衡選択理論のベンチマークとして位置づけられ、[2]や[3]を代表とする先行研究では、均衡(A,A)が確率安定となり、[1]の結果(リスク優位均衡)と一致することが広く知られている。しかしながら、確率進

化分析の登場以来、考察の対象となる協調ゲームの圧倒的多数は2人ゲームであるか対称ゲームであるかのいずれかであった(例えば、[2]、[3])。ここで対称ゲームとは、すべてのプレイヤーが同一の利得関数を持つゲームのことをいう。明らかに、これら2人/対称という制約は望ましいものではない。経済・社会現象のモデル化においては、多様な選好を持つ多数の諸個人からなるゲームを考察することが求められるからである。

	A	B
A	2,3	0,0
B	0,0	1,2

図1

	A	B
A	7,7	3,0
B	0,3	9,9

図2

- [1] Harsanyi, J.C. and R. Selten, *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*, MIT Press, 1988.
- [2] Kandori, M., G. Mailath, and R. Rob, "Learning, mutation and long-run equilibria in games," *Econometrica*, Vol.61, 29-56, 1993.
- [3] Young, P.H., "The evolution of conventions," *Econometrica*, Vol.61, 57-84, 1993.
- [4] Maruta, T., "On the relationship between risk-dominance and stochastic stability," *Games and Economic Behavior*, Vol.19, 221-234, 1997.
- [5] Maruta, T., "Binary games with state dependent stochastic choice," *Journal of Economic Theory*, Vol.103, 351-376, 2002.
- [6] Cooper, R.W., *Coordination games: Complementarities and Macroeconomics*, Cambridge University Press, 1998.

2. 研究の目的

既存研究において大きな制約となっていた2人・対称ゲームという範囲を超え、本研究は

n 人（・2戦略）・非対称協調ゲームについて確率進化分析を行う。本研究により、確率進化にもとづく均衡選択理論の射程は、多様なプレイヤーからなるより豊かな戦略的環境にもおよぶこととなる。

3. 研究の方法

多人数協調ゲームにおける確率安定均衡は、2人ゲームにおける結果の拡張として容易に想像されるものとは異なることが、本研究の予備的考察ともいふべき[7]において示された。本研究の主たる課題は、[7]の考察を一般化し、かつ深化させることとなる。なお、本研究は理論的研究であり、その遂行に際し特段の調査・実験などは伴わない。

[7] Maruta, T. and A. Okada, "Multiple stochastically stable equilibria in coordination games," Graduate School of Economics Discussion Paper No.2006-4, Hitotsubashi University, October, 2006.

4. 研究成果

成果論文として、次項「5. 主な発表論文等〔雑誌論文〕」における①および②を得た。

①は[7]を拡張したものであり、②は①をさらに一般化するとともに、結果の直観的理解についてもこれを深化させている。以下、本研究の集大成ともいふべき②につき、その概要を述べる。

[2]および[3]が得た2人2戦略協調ゲームにおける基本結果は、リスク優位均衡が確率安定となることであった。先行研究[2]および[3]は、ともに確率安定性という概念を用いている一方で、前者は単一集団ランダムマッチング、後者は適応プレイという、異なる戦略調整過程をそれぞれ考察している。すなわちこの基本結果は、異なる戦略調整過程が同一の確率安定均衡を持ち、かつそれはリスク優位均衡であるという、2つの主張からなっている。リスク優位均衡という概念は、2人2戦略を超える一般のゲームに対しては、明示的かつ広範に受容された定義を持たない。ゆえに、多人数協調ゲームの考察においては、基本結果の前半部に対応する問いに焦点が当てられる。すなわち、異なる戦略調整過程は同一の確率安定均衡を持つだろうか？

代表的な戦略調整過程として、単一集団ランダムマッチング、複数集団ランダムマッチング、適応プレイがあるが、 n 人2戦略協調ゲームにおける確率安定均衡がすでに明らかとなっているのは、単一集団ランダムマッチングのみである。よって従来、異なる戦略調整過程間の比較がそもそもできなかった。そこで本研究は、戦略調整が適応プレイによ

り行われる場合を詳しく考察し、確率安定均衡の十分条件を複数得た。これらを用いて、単一集団ランダムマッチングと適応プレイの比較が始めて可能となり、考察の結果、両者の確率安定均衡は大きく異なりうるということが明らかとなった。以下、両者の差異が際立つ4人2戦略協調ゲームを用い、これら結果の含意を例示する。

各プレイヤーの戦略は A または B の2つであり、4人のプレイヤーのうちの1人に注目し、これを「自分」とする。ゲームの利得は、図3により表すことができる。図の第1行の k は、自分を除き、何人のプレイヤーが戦略 A をとっているかを計る。第2行は、各列の示す状況において戦略 A をとったときの自分の利得を示している。第3行は、戦略 B をとったときの自分の利得である。簡単のため、4人のプレイヤーの利得はすべてこの表によって与えられるものとする。

k	0	1	2	3
A	0	x	x	a
B	b	0	0	0

図3

$k=0$ の列は自分以外のすべてが B をとっている状況であり、自らも B をとれば均衡となる。そのときの利得は $b>0$ である。同様に、 $k=3$ の列は自分以外のすべてが A をとっている状況であり、自らも A をとれば利得 $a>0$ の均衡となる。2つの均衡 (A, \dots, A) と (B, \dots, B) 、どちらが確率安定であるか？

いま、 $a<b$ かつ $x>0$ としよう。このとき、次の2点に注目する：

- $a<b$ であることより、 (B, \dots, B) は (A, \dots, A) よりパレート優位である。
- $x>0$ であることより、少なくとも1人の他プレイヤーが A をとっていれば、自分の最適反応も A である。直観的に述べれば、 (A, \dots, A) の「吸収領域」は、 (B, \dots, B) のそれよりも「大きい」といえる。

まとめると、 (B, \dots, B) はパレート優位である一方、戦略 A のほうがより「リスク」が少ないと考えられるかもしれない。この点で、図3のゲームは、図2のゲームの4人プレイヤー版と考えられる。

直観的には、均衡利得差 $b-a$ と戦略 A の均衡外利得 x を比較し、 x に比し $b-a$ が十分大きければ (B, \dots, B) が、そうでなければ (A, \dots, A) が確率安定であると予想される。

単一集団ランダムマッチングについては、任意の $b-a$ に対し、ある x^* が存在して、 $x^*>x$

であれば、 (B, \dots, B) が確率安定となることが既存の結果より判明している。これに対し、適応プレイについては、 $2a > b$ である限りつねに (A, \dots, A) が唯一の確率安定均衡であることが本研究の結果から導かれる。よって、例えば図4のゲームにおいては、単一集団ランダムマッチングにおいては (B, \dots, B) が唯一の確率安定均衡、適応プレイにおいては (A, \dots, A) が唯一の確率安定均衡となる。

k	0	1	2	3
A	0	1	1	16
B	24	0	0	0

図 4

このような現象の背景を明らかにするため、本研究はゲームにおける序数的性質と基数的性質に着目した。ゲームの序数的性質とは、利得の任意の単調変換について不変な性質のことであり、本研究においては先に述べた「吸収領域」のことを指す。これに対し、ゲームの基数的性質とは、異なる戦略プロファイル間の利得差の比率であり、例えば均衡利得差 $b - a$ に対する戦略 A の均衡外利得 x の比率である。

これらの概念を用いて、単一集団ランダムマッチングと適応プレイ、それぞれの下での確率安定均衡の違いが明らかにされた。すなわち、単一集団ランダムマッチングの下での確率安定均衡はゲームの基数的性質により決定され、序数的性質には依存しない一方、適応プレイの下での確率安定均衡はゲームの序数的性質にも強く依存する。特に n 人ゲームの適応プレイにおいて、吸収領域の比較において劣位な均衡が確率安定となるためには、その均衡利得は他方に比べ n 倍の大きさとなる必要がある場合もあり、序数的性質が均衡選択におよぼす効果は大きなものがある。

複数集団モデルについても、適応プレイと同様な性質が確認された。結果として、確率安定均衡は、

- 単一集団ランダムマッチングにおいては、ゲームの基数的性質のみによって決まるが、
- 適応プレイおよび複数集団モデルにおいては、基数的性質と序数的性質の双方に依存する

という理解が得られた。

以上が本研究から得られた結果の概要である。これらはすべて理論的考察であるが、実際の人々の行動はどのようなのだろうか。実験

経済学の分野においても、従来の研究は2人ゲームの考察に特化してきているようである。本研究の結果は、人々の行動はゲームの序数的性質や基数的性質にどのように依存しているのだろうかという経験的問いに直結しており、多人数ゲームの実証的研究を強く動機付けるものである。この方向への研究の進展が今後の研究課題のひとつとなる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Maruta, Toshimasa and Akira Okada, “Stochastically stable equilibria in coordination games with multiple populations,” Graduate School of Economics Discussion Paper No.2009--1, Hitotsubashi University, 1-20, January, 2009. (<http://hdl.handle.net/10086/17064>)
- ② Maruta, Toshimasa and Akira Okada, “Stochastically stable equilibria in n -person binary coordination games,” *Mathematical Social Sciences*, 2011, Accepted with minor revision.

[学会発表] (計 2 件)

- ① Maruta, Toshimasa, “Stochastically stable equilibria in coordination games with multiple populations,” UECE Lisbon Meetings: Game Theory and Applications, November 5, Technical University of Lisbon, Lisbon, Portugal.
- ② Maruta, Toshimasa, “Stochastically stable equilibria in n -person binary coordination games,” X-HEC Seminar in Economic Theory, December 2, Departement d'Economie, Ecole Polytechnique, Palaiseau cedex, France.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

丸田 利昌 (MARUTA TOSHIMASA)
日本大学・大学院総合科学研究科・教授
研究者番号：60295730

(2) 研究分担者：なし

(3) 連携研究者

岡田 章 (OKADA AKIRA)
一橋大学・大学院経済学研究科・教授
研究者番号：90152298

