

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 4 月 10 日現在

機関番号：34310

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008 ～ 2012

課題番号：20530165

研究課題名（和文） 社会的選択理論と理論経済の数学的構造についての研究

研究課題名（英文） Study of the mathematical structure of social choice theory and economic theory

研究代表者

田中 靖人（TANAKA YASUHIRO）

同志社大学・経済学部・教授

研究者番号：10188344

研究成果の概要（和文）：前半においては社会的選択ルールや一般均衡解の計算可能性を主に研究し、それらが計算可能でないことを構成的数学やカントールの対角線論法などを用いて証明した。後半では競争経済の均衡や非協力ゲームにおけるナッシュ均衡の存在証明に用いられるブラウワーの不動点定理を構成的数学の観点から検討し、一般には構成的に証明できないが関数にある条件を課せば証明可能であることを示し、それを経済理論、ゲーム理論に応用した。

研究成果の概要（英文）：In the first half I studied computability of social choice rules and general equilibrium solution, and using Cantor's diagonal argument and constructive mathematics I proved that they are not computable. In the second half I investigated Brouwer's fixed point theorem from the point of view of constructive mathematics. It is not generally constructively proved, but if we require that functions satisfy the condition called "sequential local non-constancy", then this theorem can be constructively proved. And I applied this result to economic theory and game theory.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	500,000	150,000	650,000
2010 年度	500,000	150,000	650,000
2011 年度	500,000	150,000	650,000
2012 年度	500,000	150,000	650,000
総計	2,500,000	750,000	3,250,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：ミクロ経済学，社会的選択理論

1. 研究開始当初の背景

この研究を開始する前後には無限人口社会における社会的選択ルールの計算可能性の問題について主に研究していたが、その議論をブラウワーの不動点定理の研究や競争経済の均衡、非協力ゲームのナッシュ均衡の存在の問題に展開して行くことを考えた。

2. 研究の目的

理論経済学の根幹をなす競争経済の均衡の存在や非協力ゲームにおけるナッシュ均衡の存在などがいわゆる計算可能なものであるのかどうか、あるいは構成的な定理（Bishop による構成的数学の立場から証明可能）であるかどうかを研究することが一つの目的であった。一般的には構成的でないこ

とが示されるが、さらにある一定の条件（逐次的・局所的に非定値という条件）を経済における需要関数や非協力ゲームの利得関数に課せば競争経済の均衡、ナッシュ均衡の存在を構成的に証明できる、あるいは計算可能であることを明らかにするのがもう一つの目的であり、それはブラウワーの不動点定理の構成的数学の立場からの分析と密接に関連するものである。

3. 研究の方法

理論的な研究なので、論理学や構成的数学など数学の書籍、論文および社会的選択理論、理論経済学、ゲーム理論などの書籍、論文を用いて研究を進めた。

4. 研究成果

以下に列記する発表論文において明らかにされた主な成果は以下の通りである。

(1) 一般均衡理論、特に競争経済における均衡の存在とブラウワーの不動点定理との同値性に関する宇沢の定理が、構成的には必ずしも成り立たないということについて、カントールのいわゆる対角線論法を使った議論、および構成的数学における lesser limited principle of omniscience(LLPO)との関係について研究し、査読のある雑誌に番号 27, 30 などの論文を発表した。

(2) ブラウワーの不動点定理、シャウダー、ティホノフの不動点定理、ファン・グリックスバーグの不動点定理などは構成的数学の観点からは厳密には成り立たない。すなわち具体的に不動点を見つけるアルゴリズムは存在しない。しかし、近似的には構成的に成り立つ。上記各定理の近似バージョンについての構成的証明を提示するとともに、一般均衡理論（競争均衡の存在証明）やゲーム理論（ナッシュ均衡の存在問題などへの応用について研究し、番号 4, 8, 10, 14, 17, 18, 19, 21, 23, 24 などの論文を査読のある雑誌に発表した。

(3) 上記のブラウワーの不動点などは一般的には近似的にしか構成的に証明できないが、関数が「逐次的・局所的に非定値」という条件を満たせば厳密な不動点が存在することを構成的に証明できる。そのような観点からブラウワーの不動点定理、シャウダー、ティホノフの不動点定理、ファン・グリックスバーグの不動点定理の構成的な証明について研究し、番号 1, 2, 5, 9, 15, 16 などの論文を査読のある雑誌に発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 32 件)

1. (査読あり) 田中靖人, "Constructive Proof of the Fan-Glicksberg Fixed Point Theorem for Sequentially Locally Non-constant Multi-functions in a Locally Convex Space", IAENG International Journal of Computer Science, vol. 40, No. 1, pp. 1-6, International Association of Engineers, 2013.
(http://www.iaeng.org/IJCS/issues_v40/issue_1/IJCS_40_1_01.pdf)

2. (査読あり) 田中靖人, "Constructive proof of the existence of Nash equilibrium in a strategic game with sequentially locally non-constant payoff functions", Advances in Fixed Point Theory, Vol. 2, No. 4, pp. 398-416, Science & Knowledge Publishing Corporation Limited, UK., 2012.
(<http://scik.org/index.php/afpt/article/view/622>)

3. (査読あり) 田中靖人, "Proof of the Gale-Nikaido lemma for sequentially locally non-constant multi-functions: A constructive analysis", Journal of Mathematical and Computational Science, Vol. 2, No. 6, pp.1743-1758, Science & Knowledge Publishing Corporation Limited, UK., 2012.
(<http://scik.org/index.php/jmcs/article/view/589>)

4. (査読あり) 田中靖人, "Various Notions about Constructive Brouwer's Fixed Point Theorem", IAENG International Journal of

Applied Mathematics, vol. 42, No. 3, pp. 152-154, International Association of Engineers, 2012. (http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v42/issue_3/IJAM_42_3_04.pdf)

5. (査読あり) 田中靖人, "Constructive proof of the existence of an equilibrium in a competitive economy with sequentially locally non-constant excess demand functions", International Journal of Computational and Mathematical Sciences, Vol. 6. pp. 184-87, WASET(World Academy of Science, Engineering and Technology), 2012. (<http://www.waset.org/journals/waset/v68/v68-146.pdf>)

6. (査読あり) 田中靖人, "On the maximum theorem: A constructive analysis", International Journal of Computational and Mathematical Sciences, Vol. 6. pp. 173-75, WASET(World Academy of Science, Engineering and Technology), 2012. (<http://www.waset.org/journals/waset/v68/v68-156.pdf>)

7. (査読あり) 田中靖人, "Kakutani's fixed point theorem for multi-functions with sequentially at most one fixed point and the minimax theorem for two-person zero-sum games: A constructive analysis", Advances in Fixed Point Theory, Vol. 2, No. 2. pp. 120-134, Science & Knowledge Publishing Corporation Limited, UK., 2012. (<http://scik.org/index.php/afpt/article/view/283>)

8. (査読あり) 田中靖人, "A constructive

version of Ky Fan's coincidence theorem", Journal of Mathematical and Computational Science, Vol. 2, No. 4. pp. 926-936, Science & Knowledge Publishing Corporation Limited, UK., 2012. (<http://scik.org/index.php/jmcs/article/view/232>)

9. (査読あり) 田中靖人, "Brouwer's fixed point theorem with sequentially at most one fixed point: A constructive analysis", Advances in Fixed Point Theory, Vol. 2, No. 1. pp. 9-17, Science & Knowledge Publishing Corporation Limited, UK., 2012. (<http://scik.org/index.php/afpt/article/view/202>)

10. (査読あり) 田中靖人, "A proof of the existence of an approximate Nash equilibrium in a finite strategic game directly by Sperner's lemma: A constructive analysis", Global Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 8, pp. 219-228, Research India Publications, 2012.

11. (査読あり) 田中靖人, "Gale-Nikaido lemma and Sperner's lemma: A constructive analysis", Advances in Theoretical and Applied Mathematics, Vol. 7, pp. 145-163, Research India Publications, 2012.

12. (査読あり) 田中靖人, "Proof of constructive version of Kakutani's fixed point theorem directly by Sperner's lemma and approximate mini-max theorem: A constructive analysis", Advances in Applied Mathematical Analysis, Vol. 7, pp.

11-27, Research India Publications, 2012.

13. (査読あり) 田中靖人, "A proof of the existence of approximate core in NTU game directly by Sperner's lemma: A constructive analysis", Mathematics Applied in Science and Technology, Vol. 4, pp. 21-39, Research India Publications, 2012.

14. (査読あり) 田中靖人, "Brouwer's fixed point theorem with isolated fixed points and his fan theorem", ISRN Computational Mathematics, vol. 2012, Article ID 843256, pp. 1-3, Hindawi Publishing Corporation, 2012. (<http://www.isrn.com/journals/cm/2012/843256>)

15. (査読あり) 田中靖人, "Constructive Proof of Brouwer's Fixed Point Theorem for Sequentially Locally Non-constant and Uniformly Sequentially Continuous Functions", IAENG International Journal of Applied Mathematics, vol. 42, No. 1, pp. 1-6, International Association of Engineers, 2012. (http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v42/issue_1/IJAM_42_1_01.pdf)

16. (査読あり) 田中靖人, "Constructive proof of the existence of Nash equilibrium in a finite strategic game with sequentially locally non-constant payoff functions", ISRN Computational Mathematics, vol. 2012, Article ID 459459, pp. 1-9, Hindawi Publishing Corporation, 2012.

(<http://www.isrn.com/journals/cm/2012/459459>)

17. (査読あり) 田中靖人, "Constructive versions of KKM lemma and Brouwer's fixed point theorem", International Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 7, pp. 51-56, Research India Publications, 2012.

18. (査読あり) 田中靖人, "Equivalence between an approximate version of Brouwer's fixed point theorem and Sperner's lemma: A constructive analysis", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 11, pp. 238-243, 國立清華大學 (台灣) (National Tsing Hua University), 2011. (<http://www.math.nthu.edu.tw/%7Eamen/2011/101108-2.pdf>)

19. (査読あり) 田中靖人, "A proof of constructive version of Brouwer's fixed point theorem with uniform sequential continuity", ISRN Applied Mathematics, vol. 2011, Article ID 276040, pp. 1-9, Hindawi Publishing Corporation, 2011. (<http://www.isrn.com/journals/appmath/2011/276040>)

20. (査読あり) 田中靖人, "Proof of Constructive Version of the Fan-Glicksberg Fixed Point Theorem Directly by Sperner's Lemma and Approximate Nash Equilibrium with Continuous Strategies: A Constructive Analysis", IAENG International Journal of Applied Mathematics, vol. 41, No. 2, pp. 133-140, International Association of

- Engineers, 2011.
(http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v41/issue_2/IJAM_41_2_08.pdf)
21. (査読あり) 田中靖人, "Equivalence between the existence of an approximate equilibrium in a competitive economy and Sperner's lemma: A constructive analysis", ISRN Applied Mathematics, vol. 2011, Article ID 384625, pp. 1-15, Hindawi Publishing Corporation, 2011.
(<http://www.isrn.com/journals/appmath/2011/384625>)
22. (査読あり) 田中靖人・佐藤敦宏, "A Constructive Analysis of Convex-Valued Demand Correspondence for Weakly Uniformly Rotund and Monotonic Preference", Advances in Decision Sciences, vol. 2011, Article ID 960819, pp. 1-7, Hindawi Publishing Corporation, 2011.
(<http://www.hindawi.com/journals/ads/2011/960819>)
23. (査読あり) 田中靖人, "A proof of the existence of approximate Nash equilibrium in strategic game with multi-valued optimal responses directly by Sperner's lemma: A constructive analysis", Mathematical Modelling and Applied Computing, Vol. 2, pp. 309-319, Research India Publications, 2011.
24. (査読あり) 田中靖人, "On constructive versions of Tychonoff's and Schauder's fixed point theorems", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 11, pp. 125-132, 國立清華大學 (台灣) (National Tsing Hua University), 2011. (<http://www.math.nthu.edu.tw/~Eamen/2011/100624-1.pdf>)
25. (査読あり) 田中靖人, "On the computability of quasi-transitive binary social choice rules in an infinite society and the halting problem", Decisions in Economics and Finance (the official publication of the Association for Mathematics Applied to Social and Economic Sciences), Vol. 32, pp. 67-78, Springer, 2009.
26. (査読あり) 田中靖人, "On the Equivalence of the Arrow Impossibility Theorem and the Brouwer Fixed Point Theorem when Individual Preferences are Weak Orders", Journal of Mathematical Economics, Vol. 45, pp. 241-249, Elsevier, 2009.
27. (査読あり) 田中靖人, "Undecidability of Uzawa equivalence theorem and Cantor's diagonal arguments", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 9, pp. 1-9, 國立清華大學 (台灣) (National Tsing Hua University), 2009. (<http://www.math.nthu.edu.tw/~amen/2009/070902-1.pdf>)
28. (査読あり) 田中靖人, "The HEX game theorem and the Arrow impossibility theorem: the case of weak orders", Metroeconomica, Vol. 60, No. 1, pp. 77-90, 2009, Blackwell.
29. (査読あり) 田中靖人, "Undecidability

of the existence of dictator for strongly candidate stable voting procedures in an infinite society and Cantor's diagonal argument", Computational & Applied Mathematics, Vol. 27, No. 3, pp. 251-268, 2008, SBMAC (Brazil).

30. (査読あり) 田中靖人, "Undecidability of Uzawa equivalence theorem and LLPO (Lesser limited principle of omniscience)", Applied Mathematics and Computation, Vol. 201, No. 1, pp. 378-383, 2008, Elsevier.

31. (査読あり) 田中靖人, "On the computability of binary social choice rules in an infinite society and the halting problem", Applied Mathematics and Computation, Vol. 197, No. 2, pp. 598-603, 2008, Elsevier.

32. (査読あり) 田中靖人, "The Arrow impossibility theorem of social choice theory in an infinite society and Limited principle of omniscience", Applied Mathematics E-Notes, Vol. 8, pp. 82-88, 2008, 国立清华大学 (台湾) (National Tsing Hua University).
(<http://www.math.nthu.edu.tw/~amen/2008/070202-2.PDF>)

[その他]
ホームページ等

<http://yatanaka.doshisha.ac.jp>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田中 靖人 (TANAKA YASUHITO)
同志社大学・経済学部・教授
研究者番号 : 10188344

(2) 研究分担者
()

研究者番号 :

(3) 連携研究者
()

研究者番号 :