

機関番号：32702

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20530865

研究課題名（和文） 能動的数学理解を促進する教材・教具開発

研究課題名（英文） Research and development of teaching materials for the promotion of active comprehension of mathematics

研究代表者

何森 仁（IZUMORI HITOSHI）

神奈川大学・工学部・教授

研究者番号：20409923

研究成果の概要（和文）：確率・統計分野での教具開発(変形サイコロ)と教材研究をし、各地の高校の先生の協力を得て、新たな確率・統計の指導法が開発できた。また、微分の基本的概念が獲得できる教具(傾き測定器)も開発し、それを使っての微分授業法も提示でき、各地の高校の授業で使うまでになった。

研究成果の概要（英文）：In this study I researched and developed an effective teaching aid, a deformed dice, to promote active learning in the domains of probability and statistics. In order to maximize the effects of this aid, I also created a set of new teaching plans using this aid. Eleven teachers from various high schools tested this to confirm its positive effects. This led into the second stage research and development of a slope measuring instrument and accompanying teaching plans, to support the acquisition of the basic constructs of derivation. These aids and teaching plans are now spreading among high school math teachers at various areas in Japan.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：確率教育 微積教育 教具・教材

1. 研究開始当初の背景

(1)現在の高等学校における数学教育は、受験対策中心の指導が一般的になりがちであり、そのため時間の制約もあり問題解きが主流で、数学そのものを“自ら考える”“理解する”ことが欠如している傾向がある。これは、数学教育に大きなマイナス要因として働いて、数学嫌いを増やし、理系離れの一因になっているとも考えられる。

(2)数学は本来、知的好奇心を大いに奮い起こさせるものであり、抽象的・論理的考えを伸

ばし、他分野との関連が大いにある分野である。そのためには、多くの生徒に数学に対する興味を持たせ、数学の学力をつけさせる必要がある。

2. 研究の目的

“能動的に数学がわかる”とはどういうことかを主眼に置き、主として高等学校での数学教育の為の教材・教具開発をし、それにとまなう教育カリキュラム開発をめざす基本研究である。

(1)確率・統計分野の、基本的概念を獲得させ

応用力をつけるため、カリキュラム及びそれに適した数学教具・教材開発。

(2)微分・積分の分野の基本的概念を獲得させ、応用力をつけるためのカリキュラム及びそれに適した数学教具・教材開発。

3. 研究の方法

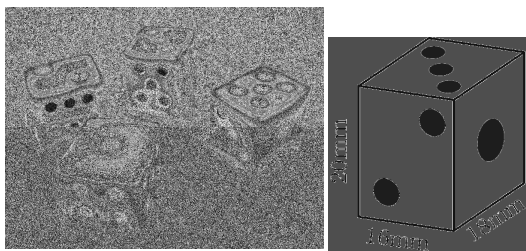
(1)確率・統計及び微分・積分の主な指導法の問題点を研究する。研究分担者の上垣渉氏の協力を得て、日本の数学教育の歴史の中で確率・統計及び微分・積分の授業法の変遷を調べる。研究分担者の三宅なほみ氏には、適時教材・教具カリキュラムの評価を仰ぐ。

(2)確率指導の分野では、変形サイコロで確率概念を正しく理解するために、各目の確率が違う変形サイコロを多数作り、実際に授業で使い教材化の研究を行う。

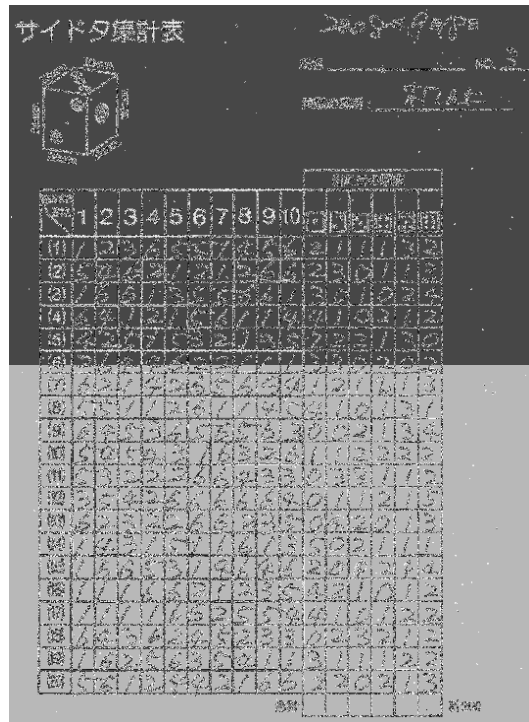
(3)微分・積分指導の分野では、微分の導入の指導に重きをおく。導関数を予想してそのグラフの概形を描くというのが有効であるので、手作業で容易に導関数のグラフを描ける教具を製作する。それを、多くの高校の先生方に使ってもらい、微分の指導法を開発する。

4. 研究成果

(1)「確率の指導とその教具開発」では、確率のもっとも大切な「大量現象の実験による相対度数の安定」という概念把握を生徒が能動的にするため、「変形サイコロ(サイドタ)」をまず 3000 個作った。16mm×18mm×20mm の寸法で誤差 0.15mm 以内の正確さで、ジュラコン樹脂を使って製作した。サイコロのように転がらず「ドタ」と倒れるようなので、愛称を「サイドタ」という。



確率の授業では、生徒たちに「サイドタ」を振ってもらい各目の出方の“でたらめさ”を体感してもらうのが大切で、そして大量偶然現象の中にある法則《相対度数の安定》を理解してもらうのが、確率教育では重要である。この「サイドタ」を、多くの高校の先生に協力を願い、授業で使ってもらい、その結果を報告してもらった。特に 11 名の方には詳しいデータを提供してもらった。

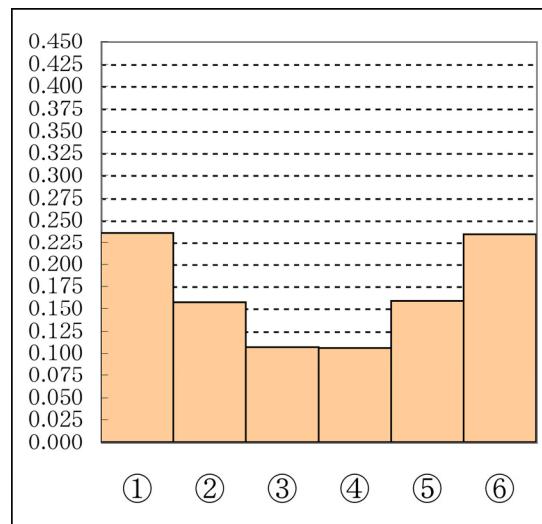


上図のような集計表を使い、サイドタを振ってデータを集計し、表計算ソフトを使い集計してもらった。130350 回分の結果は下記。

130350回サイドタを振って、
各目が出た回数及び相対度数

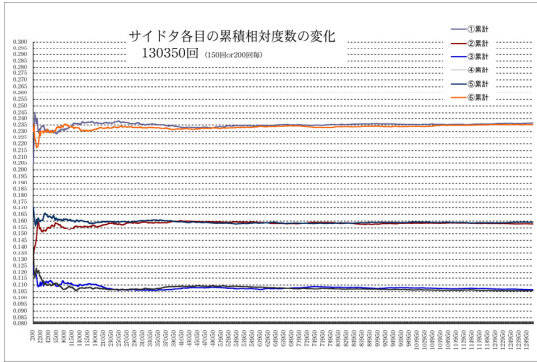
	①	②	③	④	⑤	⑥	計
回数	30805	20564	13853	13761	20739	30628	130350
相対度数	0.236	0.158	0.106	0.106	0.159	0.235	1

相対度数のヒストグラムは下記のようにU型の確率分布になる。



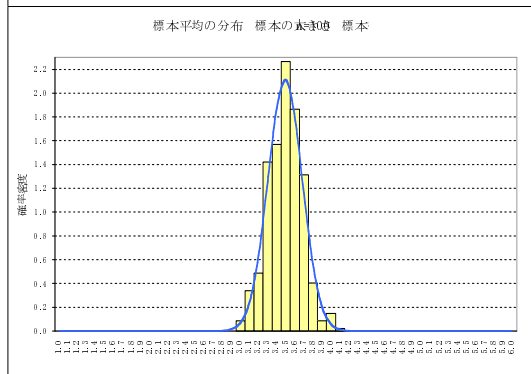
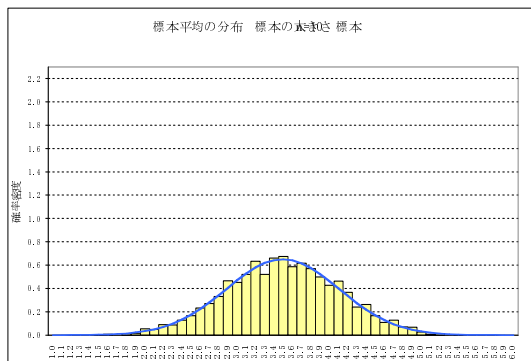
高校の先生から提供してもらった、サイドタの資料を「一人で実験した」として、累積相対度数の変化(150 回毎又は 200 回毎)をグラ

フに表わすと、次のようになった。



実験をした生徒たちは、等確率の事象だけでなく、確率を相対度数の安定と理解できたと報告があった。

(2)変形サイコロ「サイドタ」の実験データを使って、中心極限定理の説明が容易に実感でき、その指導に大いに役立った。中心極限定理とは母集団の分布がどのようなものであれ、その平均を μ 、標準偏差を σ とすると、その母集団から大きさ n の標本を抽出する。その標本平均の分布は標準偏差は σ/\sqrt{n} の正規分布で近似できるということだ。母集団の確率分布がU型である、「サイドタ」のデータで中心極限定理を実感できる。標本の大きさ $n=10$ で標本数2405と、標本の大きさ $n=100$ で標本数472で調べてみた。曲線は、理論値である。 $n=10$ で標本数2405とき、標準偏差 $=0.613$ となりその理論値は $\sigma/\sqrt{n}=0.609$ で、 $n=100$ で標本数472とき、標準偏差 $=0.189$ となり理論値は $\sigma/\sqrt{n}=0.192$ であった。



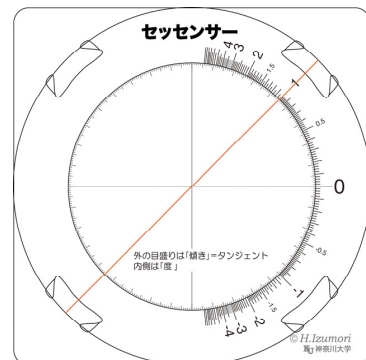
(3)16mm×18mm×20mmの寸法ではなく、三辺が $a \times b \times c$ の一般的な直方体サイコロの確率分布の研究も進めている。私の提起から、一橋大学の藤田岳彦教授は、確率論の見地から「直方体のサイコロと逆正接関数の多次元化」という変形サイコロの確率計算の論文を書いた。私は、種々のサイズの直方体サイコロの確率分布を実験で検証するため、自動変形サイコロ振り機を製作して、現在データを収集しているところである。この機械は、出た各目のデータを表計算ソフトに保存でき



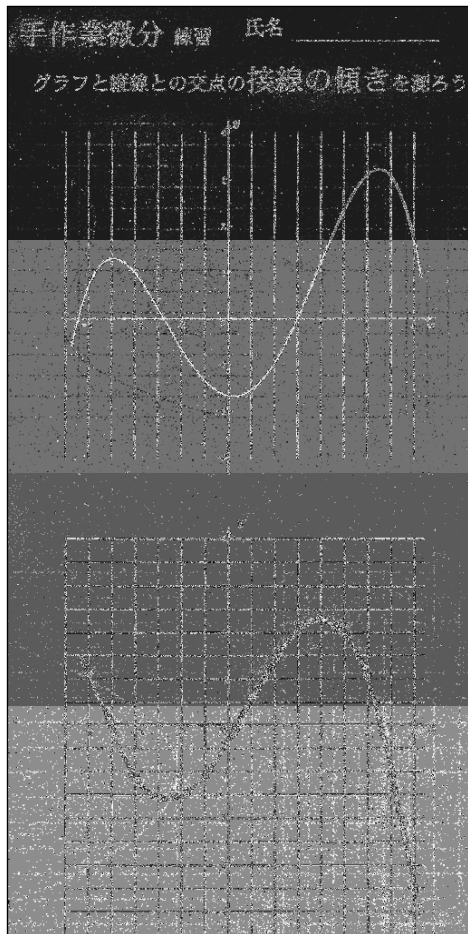
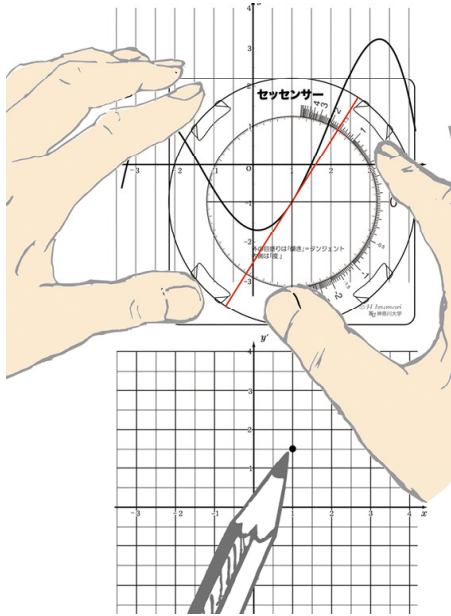
るようになっている。

(4)「微分の指導とその教具開発」では、試作してあった「直線傾き計測具(セッセンサー)」を改良・開発し、多数製作して全国の多くの高校の先生に実際に授業で使用してもらっている。 $f(x)=\sin x$ や、 $f(x)=e^x$ 等の導関数が計算なしで、正確に予想でき生徒の好奇心を刺激するようだ。

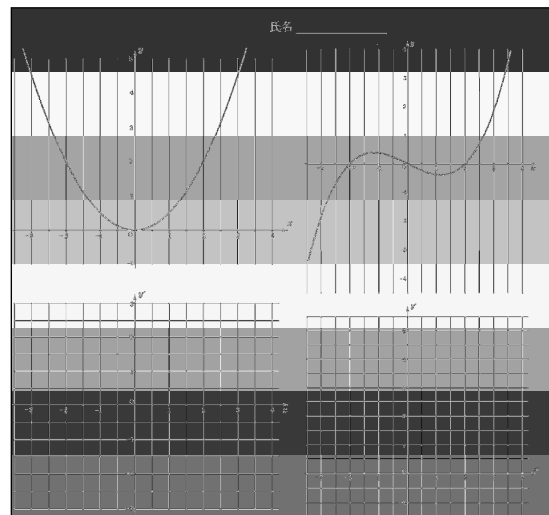
また、導関数の本質を理解できると先生たちにも好評を得ている。セッセンサーは、台座になる四角いプラスチックに、赤線



が入った、円のプラスチック板が付いている。赤線の傾きは、台座に書かれている数字で分かるようになっている。そして下図のように、グラフの交点にセッセンサーの中心を持っていき、右手で円を回し、赤い線がグラフの接線だと思ふところで止める。傾きを読み取り、下の座標にその傾きを・でプロットする。それを、各点で行い、線で結ぶと、導関数のグラフが現れてくる。



数学の研究授業などでも取り上げられ、楽しく微分概念を獲得するのに有効であるとの報告を得ている。



2次関数、3次関数のグラフの、各点での接線の傾きを測り、下の座標に書き入れていくと、それぞれ、直線、放物線のグラフになる。 $f(x)=\sin x$ や、 $f(x)=e^x$ や、 $f(x)=\log x$ 等のグラフでも容易に導関数のグラフが手作業で描ける。先生によって、微分の導入ではなく、数Ⅲの微積分が終わってから、使うとより効果的だったという報告もある。また、中学での、直線の傾きの指導の時に大変便利であるという報告もあった。

(5)数学教育にもさまざまな電子機器の利用が言われているが、それよりも生徒自身の手による実験や作業が大切である。そのことの方が数学概念を能動的に獲得するために大きな役割をする。そのためにも、今回の「能動的数学理解を促進する教材・教具開発」の研究は、具体的成果があったと思う。ここに成果として書いた、「確率の指導とその教具開発」「微分の指導とその教具開発」のほかにも、「統計の指導とその教具開発」「積分の指導とその教具」「立

体概念をつかむ教材教具」などを研究開発し、高校の数学教育の現場で具体的に使用が始まっている。その研究成果は、他の機会に報告したい。

ただ、「変形サイコロ<サイドタ>」と「直線傾き計測具<セッセンサー>」を授業で使用したいという問い合わせが多く、それに応えるにはどうするかで悩んでいるのが現状である。

5. 主な発表論文等（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計1件）

①何森仁、デタラメの法則を知るために振って振って振りまくる、数学セミナー、日本評論社、査読無、NO.567、2008、51頁～55頁

〔図書〕（計1件）

①何森仁、上垣渉、日本評論社、数と図形の歴史 70話、2010、214頁

〔産業財産権〕

○出願状況（計1件）

名称：サイコロ振り装置
発明者：何森仁、平野佳伸
権利者：神奈川大学、大橋製作所
種類：特許
番号：特願2009-292053
出願年月日：2009年12月24日
国内外の別：国内

○取得状況（計3件）

名称：置物
発明者：何森仁
権利者：神奈川大学
種類：意匠登録
番号：登録第1381729号
取得年月日：2010年2月5日
国内外の別：国内

名称：変形サイコロ
発明者：何森仁、小沢健一
権利者：神奈川大学
種類：実用新案
番号：登録第3149462号
取得年月日：2009年3月4日
国内外の別：国内

名称：直線傾き計測具
発明者：何森仁
権利者：神奈川大学
種類：実用新案
番号：登録第3149290号
取得年月日：2009年2月25日
国内外の別：国内

6. 研究組織

(1) 研究代表者

何森 仁 (IZUMORI HITOSHI)
神奈川大学・工学部・教授
研究者番号：20409923

(2) 研究分担者

三宅 なほみ (MIYAKE NAHOMI)
東京大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号：00174144

上垣 渉 (UEGAKI WATARU)
三重大学・教育学部・教授
研究者番号：70252327