

## 自己評価報告書

平成23年3月11日現在

機関番号：32403

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：平成20年度～平成23年度

課題番号：20540021

研究課題名（和文）関数等式を満たす空間の分類と表現論的、解析的考察

研究課題名（英文）Research of spaces with functional equations from representation theory and analysis

研究代表者 小木曾岳義 (KOGISO TAKEYOSHI)

城西大学・理学部・准教授

研究者番号：20282296

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数学一般, 表現論

## 1. 研究計画の概要

正則概均質ベクトル空間の相対不変式は局所関数等式をみたすことが知られているが、それ以外に局所関数等式を満たすような多項式がどのくらいあるのか、またその多項式が住む空間とはどのような空間かを明らかにしていくことが目標である。

## 2. 研究の進捗状況

佐藤文広氏による局所関数等式の引き戻し定理を用いて、双対性かつ非退化性を満たすような2次写像の研究をしてきた。特に、符号数  $(p, q)$  の2次形式を相対不変式とするような空間への双対性かつ非退化性を満たすような2次写像の研究を佐藤文広氏とともにおこない、そのようなものをClifford代数の表現を用いた多く実験例からそのクラスの完全な分類に関する以下の2つの予想を得た。正定値Clifford代数テンソル積の表現から得られる2次写像を用いて、局所関数等式をもつ4次多項式の族が構成される。この4次多項式族に対し、当該の多項式を不変とする群の構造についての予想を、そこに現れる群の表現についての予想に精密化することができた。この予想の証明には2つの段階がある。第1は構成に用いた2次写像を不変にする群の決定であり、これについては、Clifford代数の周期8の構造、擬周期4の構造を利用して、前年度までにかかなりの進展が見られていたが今年度の研究で完全に予想を解決することが出来た。第2は問題とする不変群が、2次写像を不変にする群とClifford代数で定まるSpin群との直積になることの証明だが、この部分に関しては前年度まではまだ困難が多かったが、今年度、2次形式に関する詳細な研究と代数幾何学的手法を用いることにより証明することが出来た。このことにより、佐藤氏の引

き戻し定理の意味での下の空間が2次形式を相対不変式に持つような空間の上にあるような局所関数等式をもつような多項式の住む空間を完全に分類できたことになる。またこの結果から分かったこととして、符号数  $(p, q)$  に関して、 $p+q$  が小さい場合や、表現空間の次元が小さい場合を除いてすべての例が非概均質ベクトル空間の相対不変式であることが分かった。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。  
(理由)

前年度までに多くの計算から予想した結果を完全に解決することが出来たから。

## 4. 今後の研究の推進方策

これらの分類された空間の殆どは非概均質ベクトル空間であり、当該の4次式以外に既約な相対不変式を持っているが、これらの多項式を含めた形で多変数の局所関数等式の存在などを探っていく研究を進める。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

①F. Sato and T. Kogiso,

Representation of Clifford algebras and quartic polynomials with local functional equations, RIMS Kokyuroku 1617 (2008), 51--62.

②F. Sato and T. Kogiso,

Construction of non-prehomogeneous  
polynomials with local functional  
equations from representations of  
Clifford algebras. to appear in Vestnik  
Tambov University.

③ F.Sato and T.Kogiso,  
Representation of Clifford Algebras and  
local functional equations. to appear  
in RIMS-Kokyuroku-Bessatsu.

〔学会発表〕（計 5 件）

① 小木曾岳義 「Clifford 代数の表現から  
得られる関数等式を満たす多項式につい  
て」、2008 年 7 月 29 日、Lie 群論・表現  
論セミナー，東京大学数理科学研究科

② 小木曾岳義  
“Representations of Clifford algebras  
and quartic polynomials with local  
functional equations.”, 2008 年 8 月 25  
日、「JSPS-RFBR 日露ワークショップ  
Harmonic Analysis on Homogeneous Space and  
Quantization」，東京大学玉原セミナーハウ  
ス

③ 佐藤文広、小木曾岳義 「Clifford 代数の  
表現から得られる局所関数等式を満たす  
多項式について」、2009 年 9 月 27 日、日  
本数学会秋季会関数解析分科会，大阪大  
学豊中キャンパス

④ 小木曾岳義 「Clifford 代数の表現から  
得られる非概均質的関数等式について」、  
2009 年 10 月 5 日、東北大学整数論セミ  
ナー，東北大学理学部合同棟 801 号室

⑤ 小木曾岳義  
“Representations of Clifford Algebras  
and local functional equations”, 2010 年  
10 月 9 日、研究集会「仙台整数論研究集会」  
東北大学理学部川井ホール、