

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540026

研究課題名(和文) 数論的多様体、保型形式の研究

研究課題名(英文) Study of modular varieties and modular forms

研究代表者

浜畑 芳紀 (HAMAHATA YOSHINORI)

東京大学・大学院数理科学研究科・特任研究員

研究者番号：90260645

研究成果の概要(和文)：多重ベルヌーイ多項式、荒川-金子ゼータ関数、および標数正のデデキント和の研究を行った。荒川-金子は、多重ゼータ値と多重ベルヌーイ数との関係を明らかにするために新しいタイプのゼータ(荒川-金子ゼータ関数)を導入した。A. Bayadと共同研究を行い、多重ベルヌーイ多項式、フルビッツ型の荒川-金子ゼータを導入してそれらの性質を調べた。この結果は、Kyushu Journal of Mathematicsに論文として発表された。引き続き共同研究を行い、我々の多重ベルヌーイ多項式、ゼータ関数を2種類のタイプに拡張してその性質を研究した。得られた結果は、ベルヌーイ多項式、ゼータ関数のもつ結果を一般化したものであり、様々な応用が期待できる。研究成果の一部は、平成22年10月に京都大学で開催された解析数論研究集会で公表された。次にデデキント和の研究成果について述べる。デデキント和は、デデキントのエータ関数の変換公式を記述するためにデデキントによって導入されて以来、数学の諸分野で利用されている。このデデキント和は、ザギエによって高次元化され、高次元多様体、格子点の研究に応用されている。平成20年度から標数正のデデキント和を研究してきた。我々は標数正の高次元デデキント和を導入して、相互法則、有理性、クノッ恒等式を証明した。さらに一般化高次元デデキント和の導入、およびL関数の特殊値の記述を行った。

研究成果の概要(英文)：We investigated poly-Bernoulli polynomials, Arakawa-Kaneko zeta functions, and Dedekind sums in finite characteristic. T. Arakawa and M. Kaneko introduced a certain zeta function, which is called the Arakawa-Kaneko zeta function, to clarify the relation between multiple zeta values and poly-Bernoulli numbers. A. Bayad and I introduced and studied poly-Bernoulli polynomials and the Arakawa-Kaneko zeta function of Hurwitz type. Our result was published in Kyushu J. Math. in 2011. After that, we extended our Bernoulli polynomials and the zeta function into two directions. These can be applicable. We reported a part of our results at RIMS workshop in 2010. We next report the results about the Dedekind sums. The Dedekind sums were introduced by Dedekind to describe the transformation formula of the Dedekind eta-function. These sums have many applications. Zagier gave a higher dimensional version of these sums. We have investigated the Dedekind sums in finite characteristic. We introduced higher dimensional Dedekind sums, and established the reciprocity law, rationality, and the Knopp identity. Moreover, we introduced the generalized higher dimensional Dedekind sums, and described the values of L-functions in terms of the Dedekind sums.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	800,000	240,000	1040,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2100,000	630,000	2730,000

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：数論

1. 研究開始当初の背景

- (1) デデキントがデデキントのエータ関数の変換公式を記述するためにデデキント和を導入し、1970年代にザギエがその高次元化を導入してからさまざまな分野でこの和が研究されてきた。
- (2) 1990年代に、荒川-金子は多重ゼータ値と多重ベルヌーイ数との関係を明らかにするためにあるゼータを導入した。

2. 研究の目的

- (1) デデキント和は多方面の研究に応用できる特性をもつ重要な対象であるにもかかわらず、標数正の場合にそのような類似物が定義されていなかった。標数正のデデキント和を定義してその性質を調べることが目的である。
- (2) 多重ベルヌーイ数の拡張である多重ベルヌーイ多項式およびそれに関連するゼータ関数を導入、研究することが目的である。

3. 研究の方法

- (1) デデキント和の研究では、ドリinfeld加群、関数体上の解析学を用いた。
- (2) 多重ベルヌーイ多項式の研究では、ゼータ関数論、組合せ論を利用した。

4. 研究成果

- (1) アポストロフ型デデキント和を定義して、その相互法則を証明した。
- (2) 岡田が導入した関数体上のデデキント和を拡張して、任意の格子に対してデデキント和を定義してその相互法則を証明した。
- (3) バヤッドとの共同研究で有限体、関数体上の高次元デデキント和をそれぞれ定義してその相互法則、有理性を証明した。
- (4) バヤッドとの共同研究で有限体、関数体上の一般化高次元デデキント和をそれぞれ定義してその相互法則、有理性を証明した。
- (5) バヤッドとの共同研究で、多重ベルヌーイ多項式とフルビッツ型荒川-金子ゼータ関数を導入してその性質を調べた。
- (6) バヤッドとの共同研究で、一般化多重ベルヌーイ多項式と荒川-金子L関数を導入してその性質を調べた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① A. Bayad, 浜畑芳紀, Higher dimensional Dedekind sums in function fields, Acta Arithmetica に掲載予定
- ② A. Bayad, 浜畑芳紀, Higher dimensional Dedekind sums in finite fields, Finite Fields and Their Applications に掲載予定
- ③ A. Bayad, 浜畑芳紀, Multiple polylogarithms and multi-poly-Bernoulli polynomials, Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici に掲載予定
- ④ A. Bayad, 浜畑芳紀, Arakawa-Kaneko L-functions and generalized Bernoulli polynomials, Journal of Number Theory 131 (2011), 1020-1036.
- ⑤ A. Bayad, 浜畑芳紀, Polylogarithms and poly-Bernoulli polynomials, Kyushu Journal of Mathematics 65 (2011), 15-24.
- ⑥ 浜畑芳紀, Dedekind sums in finite characteristic, Proceedings of the Japan Academy 84 (2008), 89-92.

[学会発表] (計3件)

- ① A. Bayad, 浜畑芳紀, Arakawa-Kaneko L-functions and generalized Bernoulli polynomials, 解析数論研究集会、2010年10月7日、京都大学数理解析研究所
- ② 浜畑芳紀, Reciprocity law of Dedekind sums in characteristic p, Workshop "Dedekind sums in Geometry, Topology, and Arithmetic", 2009年10月13日、バンフ国際研究ステーション (カナダ)
- ③ 浜畑芳紀, Reciprocity law of Dedekind sums in characteristic p, 解析数論研究集会、2008年10月27日、京都大学数理解析研究所

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浜畑 芳紀 (HAMAHATA YOSHINORI)

東京大学・大学院数理科学研究科・特任研究員

研究者番号：90260645