様式 C-7-2

自己評価報告書

平成　23　年　4　月　7　日現在

機関番号：３２６８９
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2008～2011
課題番号：20540029
研究課題名（和文）　ｐ進等質空間の球関数とその応用
研究課題名（英文）　Spherical functions on p-adic homogeneous spaces and those applications
研究代表者
広中　由美子（HIRONAKA YUMIKO）
早稲田大学・教育・総合科学学術院・教授
研究者番号：10153652

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：数論

１．研究計画の概要
p進体上定義された連結 reductive 代数群 G の極小放物型部分群 P が開軌道をもつような弱球等質空間 X を考え，この上の球関数を考察し，この空間の解析をする．このような設定における一般論の構築と，具体的な空間 X に特化してより詳細な考察を行うことの双方に興味がある．特に，数論的応用をもたらしうる空間についての考察が重要である．より具体的には

(1)弱球等質空間上の球関数を，群のデータと関数等式によって表示する公式を，なるべく適用範囲が広いように構成する．

(2)上記の公式が適用できる空間について，球関数の関数等式や明示式を扱いやすい形で具体的に求める．

(3)球関数を用いた球 Fourier 変換を通して X の調和解析的な解析をする．

(4)数論的な応用を与える．

２．研究の進捗状況
1-(1) については，論文 ② にまとめた．極小放物型部分群に関するX上の相対不変式の複素べきを極大コンパクト部分群の作用に関して平均を取る形で典型的な球関数が得られ，この関数等式と群Gのデータを用いて，球関数が記述できる．極小放物型部分群の階数より少ない個数の独立な相対不変式しかない場合にも適用できる．

1-(2)(3) に関して．一般線形群以外の群に関する等質空間として，$U(2n)/U(n) \times U(n)$ と同型な空間を p進体 k上の不分岐非退化エルミート形式 T を表現するファイバー空間 X_T を ユニタリ群の等質空間（この場合は対称空間である）$U(2n)/U(n) \times U(n)$ と同型な空間として実現し，X_T 上の球関数を考察した．

関数等式や極や零点の位置に関しては，不分岐エルミート形式の空間の球関数も用いることにより，良い結果が得られた．それを用いると．各 T について X_T の特別な点における球関数の明示式が得られる．
さらに T, S が k上同値であれば，X_T と X_S はk上同型で，それぞれに対する球関数も簡単な関係で結ばれるので，固定したT についての X_T 上の球関数のほとんどの点での明示式が分かる．従って，例えば X_T 上の Schwartz 関数の空間からの球 Fourier 変換像は決定できる．

また，この球関数の特殊値と行列環のゼータ関数を用いて，エルミート Siegel 特異級数 $b_\pi(T, t)$ ($t \in {\Bbb C}$)を書き表すことができる．従って，X_T 上の球関数の性質から，こちらの関数論的な性質や関数等式が具体的に分かる．これは数論的応用の例である．

$SO(n)$ あるいは $O(n)$ の等質空間上の球関数と Siegel 特異級数については以前，連携研究者である佐藤文広氏との共同研究で考察した．この場合は，球関数についての結

果は，Siegel 特異級数についての関数等式の考察に不十分であったが，今回の場合には，球関数を十分に解析することができて，それから特異級数の性質を導くことが出来た.

３．現在までの達成度
②おおむね順調に進展している.
(理由)
2 で述べたような成果が得られたので，研究は進展しているが，まだ不十分な点もある.

1-(1) で適用範囲を広げられたので，以前別の方法で得られていた交代形式の球関数を捕らえなおすことはできる．しかし，これを本質的に用いる新しい適用例についての考察は今後の課題である(4-(2),(3)).

2 で述べた空間 X_T のカルタン分解が得られないと，球関数の完全な明示式にはならず，また，球関数のパラメトライズもできない.

４．今後の研究の推進方策
(1) ２で述べた空間 X_T のカルタン分解 $K \backslash X_T$ (K は G の極大コンパクト群) が問題である．すでに考えているK-軌道で十分であると期待している.
$U(2n)/U(n)\times U(n)$ と同型な空間を，別な，カルタン分解が分かりやすいような構成を模索する．それには $G= Sp(2n)$ のときの先行結果が参考になりそうである.

(2) 我々の X_T と類似の空間を $Sp(2n)$ に対して構成すれば交代形式に付随する Siegel 特異級数と結びつく.
この考察も興味深い.

(3) 一方，$G(2n)/G(r)\times G(2n-r), r < n$ 型の等質空間を考えて，$r = n$ である上記の場合の球関数の関係も興味がある.

５． 代表的な研究成果
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 16 件）
① Y.Hironaka, Spherical functions on $U(2n)/U(n)\times U(n)$ and hermitian Siegel series, to appear in Geometry and Analysis of Automorphic Forms of Several Variables, World Scientific, ? -- ? + 40.

② Y.Hironaka, Spherical functions on p-adic homogeneous spaces, MSJ memoirs, vol.21(2010), 50 – 72.

③K.Kamano, Multiple p-adic log f-gamma functions and their characterization theorem, Acta Arithmetica vol.145(2010), 109 – 122.

④ K.Kamano, Sums of products of hypergeometric Bernoulli numbers, Jounal of Number Theory vol.130(2010), 2259 -2271.

⑤ S.Boecherer, Y.Hironaka and F.Sato, Linear independence of local densities of quadratic forms and its application to the theory of Siegel modular forms, Contemporary Math. AMS, vol.493(2009), 51 – 82.

〔学会発表〕（計 26 件）
① Y.Hironaka , Spherical functions on certain p-adic homogeneous spaces, Ueda Memorial Conference on Automorphic Forms, 2011.1.26, 奈良女子大学.

②鎌野健，p進多重ログガンマ関数とその一意性定理，第３回ゼータ値．ゼータ関数見にセミナー，2010.3.5, 九州大学.

③佐藤文広，概均質ベクトル空間の保型超関数とゼータ関数，RIMS 研究集会「保型形式・保型表現およびそれに伴うＬ関数と周期の研究」，2010.1.19, 東京大学.

④ Y.Hironaka, Spherical functions and (hermitian) Siegel series, Arithmetic of Quadratic Forms of the KMS-AMS Joint Meeting, 2009.12.16, Ewha Womans University, Seoul, Korea.

⑤ Y.Hironaka, p-adic Spherical functions and singular series, Geometry and Analysis of Automorphic Forms of Several Variables, 2009.9.14, 東京大学.