

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540042

研究課題名(和文) 種々の代数多様体の具体的構成

研究課題名(英文) Explicit construction of several algebraic varieties

研究代表者

中山 昇 (NAKAYAMA NOBORU)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：10189079

研究分野：代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数多様体

1. 研究計画の概要

指定された条件を満たす代数多様体を、既知の多様体からブローアップ、分岐被覆などの方法により具体的に構成する。主に以下の対象を扱う：楕円ファイバー空間、トーラスファイバー空間、正規4次曲面、対数的デルペッツォ曲面、非同型全射自己正則写像をもつ代数多様体。

2. 研究の進捗状況

自己正則写像をもつ代数多様体の具体的構成についてはかなり進んでいるが、楕円ファイバー空間、トーラスファイバー空間の構成についてはほとんど進展がない。予定していた対象ではないが、昨年始めたヨンナム・リー氏との共同研究の中に現れる正標数でのリー・パーク構成において、具体的構成の研究での成果がある。成果について簡単に述べる。

(1) 非同型全射自己正則写像を持つ射影的代数曲面の分類は、①正標数で非特異な場合と②標数ゼロで正規な場合を行っている。任意のこのような曲面が、具体的に構成されるいくつかの例のどれかに同型になることを示すのである。①の分類は小平次元非負の場合は完成したが、負の場合は部分的結果しかない。しかし標数ゼロの場合には起きなかった例がいくつか構成できた。証明には正標数楕円曲面論と以前の標数ゼロでの自己正則写像をもつ曲面の分類方法を使った。②の分類は有理曲面の場合を除き完了した。自己正則写像は最小特異点解消には正則に持ち

上げられないので、以前の標数ゼロの場合の議論の更なる精密化が必要となった。有理曲面の場合もトーリック曲面かそれに近いものと、ピカル数1, 2のものに限ることがわかったが、完全な分類には至っていない。

(2) リー・パーク構成は種数ゼロで単連結な一般型曲面を、ある種の特異有理曲面から \mathbb{Q} ゴレンスタイン変形によって得る方法で、今回の共同研究はその構成を正標数に拡張するものである。なおこの一般型曲面の例はあまり知られていない。本研究の具体的構成に関わる成果は、元のリー・パーク構成で特異有理曲面を作る部分の議論を簡潔にし、正標数でも期待している条件を満たすように直したことである。ここでは特別なブローアップとある種の因子の縮小写像が求められていた。

3. 現在までの達成度

④ 遅れている。

昨年始めたリー氏との共同研究に、特にその内、本研究に関わらない変形理論の部分に、予想以上に時間がかかったため。

4. 今後の研究の推進方策

リー氏との共同研究に早く区切りを付け、自己正則写像を持つ正規射影的代数曲面についての成果を論文にまとめる。そのうち楕円ファイバー空間やトーラスファイバー空間の研究を進める。

5. 代表的な研究成果
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Noboru Nakayama, De-Qi Zhang,
Polarized endomorphisms of complex
normal varieties, *Math. Ann.*, 346
(2010), 991 – 1018. 査読有
- ② Noboru Nakayama,
Intersection sheaves over normal
schemes, *J. Math. Soc. Japan*, 62
(2010), 487 – 595. 査読有
- ③ Noboru Nakayama,
Separable endomorphisms of surfaces
in positive characteristic,
Adv. Stud. Pure Math., 60 (2010),
pp. 301 – 330, *Math. Soc. Japan*.
査読有
- ④ Noboru Nakayama, De-Qi Zhang,
Building blocks of étale
endomorphisms of complex projective
manifolds, *Proc. London Math. Soc.*,
99 (2009), 725 – 756. 査読有

[学会発表] (計 1 件)

- ① Noboru Nakayama,
Normal projective surfaces admitting
non-isomorphic surjective endo-
morphisms,
“Algebraic Geometry in East Asia,”
Korea Institute for Advanced Study,
Nov. 12 2008.