

## 自己評価報告書

平成23年 3月31日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540044

研究課題名 (和文) 正標数を含む代数多様体の数論と幾何に関する研究

研究課題名 (英文) Research for arithmetic and geometry of algebraic varieties including positive characteristic

研究代表者

伊藤 浩行 (HIROYUKI ITO)

広島大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：60232469

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数幾何学、正標数、楕円曲面、K3 曲面、Calabi-Yau 多様体、Mordell-Weil 格子、特異点、有限体

## 1. 研究計画の概要

正標数の体上定義された代数多様体の幾何学、特にその病理的現象や特異点理論に関わる諸問題の解決を試みることに、及び代数多様体の数論的性質を正標数の代数幾何学の立場から解明することが目的である。また、暗号理論や符号理論への応用も視野に入れ、その為に要請される数学的課題としての代数多様体研究も目的の一部である。具体的に次の5項目が中心的課題である。

- (1) 病理的現象を中心とした正標数の特異点理論の整備。
- (2) 正標数の楕円(準楕円)曲面の数論的及び幾何学的研究。
- (3) 正標数Calabi-Yau多様体の標数0への持ち上げ可能性に関する研究。
- (4) 標数0を含むK3曲面の数論的動機付け、及び正標数幾何学からの研究。
- (5) 代数多様体の符号理論、暗号理論への応用、及びそこから派生する代数幾何学の問題の解決。

## 2. 研究の進捗状況

研究概要の具体的項目に従って述べる。

- (1) 病理的現象の根源的原因である単純特異点の等特異軌跡について具体的分類が得られている。これを更に変形理論による記述を行うため、対応する関手を定義しようと試みているところである。これは非常に困難ではあるが、関連すると考えられる等特異軌跡を含む Tjurina 数一定軌跡を決定することが出来た。それに対応して、正標数の標準特異

点に関して、余次元2の点を除き分類を与えることができた。

- (2) 正標数楕円 K3 曲面で  $p$  ベキトーシオンを持つものに関して、その分類を完成し重要な結果を得た。これをより詳細に考察し、K3 曲面のモジュライ部分空間の具体的記述を与えた。また、形式的 Brauer 群の高さを楕円曲面の生成ファイバーの群構造から与える具体的な公式が得られ、今後の K3 曲面のモジュライ空間記述に貢献するものと期待される。

- (3) 持ち上げ不可能な Calabi-Yau 多様体について、第3Betti数が0ではないものの存在について研究を行い、これまで得られていた標数3の場合に加え標数が2の場合について成果が得られた。

- (4) 上述(2)を参照。当初もくろんでいた導来圏理論の正標数への拡張についてはまだ得られていない。

- (5) Artin-Schreier 拡大塔を利用した巨大有限体構成法を考案し、その応用として、周期の非常に長い新しい疑似乱数生成法を開発しテストを行った。従来知られている革新的方法である Mersenne-Twister よりも長い周期の疑似乱数生成が可能であり、TestU01でのテスト結果が良好であることから実用化が期待される。

## 3. 現在までの達成度

全体として「②おおむね順調に進展している」と評価できる。

研究概要 (2) 及び (4) に関連した楕円 K3 局面の  $p$  ねじれ軍の分類が完結したこと、およびそこから種々の興味あるモジュライ空

間の記述が出来たこと、(5)に関して非常に性能の良い新しい擬似乱数生成法が考案できたことなどは当初の予定以上の進展であり、(1)に関する等特異軌跡の具体的決定も予定通りの進展である。一方、(3)に関連した持ち上げ不可能多様体の包括的研究が余り進んでいないことなどから、全体の評価は「おおむね順調に進展している」となる。

#### 4. 今後の研究の推進方策

残された研究機関は1年であるが、正標数特異点理論、特に等特異軌跡や Tjuna 数一定軌跡などの関手を用いた記述法の発見に努力する。また、楕円 K3 曲面の  $p$  ねじれ群の研究の際に現れた野生的群作用の問題をより一般化し、様々なタイプの代数曲面、特に一般型曲面に関する結果を得たいと考えている。

新たに考案した擬似乱数生成法に関しては、性能評価として行った TestU01 による評価に加え、理論的追求から均等分布性の評価を行いたい。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

1. Huiling Song, Hiroyuki Ito and Yukinori Kitadai, A pseudorandom number generator using an Artin-Schreier tower, 査読有, SUT Journal of Mathematics に掲載決定, 2011 年.
2. Hiroyuki Ito, Takeshi Kajiwara and Huiling Song, A Tower of Artin-Schreier extensions of finite fields and its applications, 査読有, JP Journal of Algebra に掲載決定, 2011 年.
3. Hiroyuki Ito and Christian Liedtke, Elliptic K3 surfaces with  $pn$ -torsion sections in characteristic  $p$ , 査読有, Journal of Algebraic Geometry に掲載決定, 2011 年.
4. Hiroyuki Ito, Deformation of a singularity of type  $E_8$  and Mordell-Weil lattices in characteristic 2, Mathematische Nachrichten, 査読有, vol. 283, 1037-1053, 2010.
5. Masayuki Hirokado, Hiroyuki Ito and Natsuo Saito, Calabi-Yau threefolds arising from fiber products of rational quasi-elliptic surfaces, II, Manuscripta Mathematica, 査読有,

Vol. 125, 325-343, 2008.

[学会発表] (計 9 件)

1. Hiroyuki Ito, Equisingular loci of simple singularities in positive characteristic, 第 6 回アフィン代数幾何学研究集会, 2010 年 9 月 2 日、関西学院大学梅田キャンパス
2. Hiroyuki Ito, Equisingular loci of simple singularities in positive characteristic, Tsuda Colledge Workshop on Number Theory, Geometry and Physics at the Crossroads, 2010 年 8 月 30 日、津田塾大学
3. Hiroyuki Ito, 正標数の楕円 K3 曲面の数論と幾何, 第 55 回代数学シンポジウム, 2010 年 8 月 10 日、北海道大学
4. Hiroyuki Ito, Classification of elliptic K3 surfaces with  $p^n$  torsion sections in characteristic  $p$ , Workshop on elliptic fibrations and K3 surfaces, 2010 年 7 月 15 日、Humboldt University, ドイツ
5. Hiroyuki Ito, Elliptic K3 surfaces with  $p^n$  torsion sections in characteristic  $p$ , Algebraic Geometry in Characteristic  $p$  and Related Topics, 2010 年 2 月 11 日、東京大学数理学研究科

[その他]