

## 自己評価報告書

平成23年 4月28日現在

機関番号：12611

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008 ～ 2012

課題番号：20540068

研究課題名（和文） リッチフローの曲率基点評価

研究課題名（英文） The estimates of the Ricci flow with normalized curvature at the base point

研究代表者

戸田 正人 (TODA MASAHITO)

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科・准教授

研究者番号：80291566

研究分野：幾何解析

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：リッチ流

## 1. 研究計画の概要

4次元以上のリッチフローの基本的な曲率評価を与え、特異性の解析を行うことが目的である。まずリッチフローの特異時間におけるスケーリング極限がリッチ平坦とならないことを示すことである。この結論は曲率の基点評価を導く。具体的な手法としては、リッチフローの余接空間を相空間として、ペレルマンのL幾何をハミルトン系と見ることにより、シンプレクティック幾何やその量子化などを援用してペレルマンの理論の精密化を図る。

## 2. 研究の進捗状況

様々な角度から検討を進めるなかで、少しずつ問題の本質は明確になりつつある。最初の段階では例えば簡約体積の評価を精密化し技術的に改良することを考えていたが、その方法では最終的に評価定数の問題に帰着してしまい、ほとんど可能性がないことが分かる。これは例えばリッチ平坦なスケーリング極限が存在したとして、その遠方の挙動がユークリッド漸近錐となるような場合に必然的に起こる問題である。これを回避するには、一度簡約体積やエントロピーなど以外の量を考える必要がある。リッチ平坦なケースを考えると、漸近錐の頂点に（例えば2-コホモロジーなど）位相の集中が起こるが、このような現象に対して反応するような量でなければならない。例えば、簡約体積やエントロピーなどペレルマンが導入した量は全てこの条件を満たしていない。現時点では成果を出すには至っていないが、具体的に分かったこととしては以下のようなことがある：

(1) L測地線の方程式をハミルトン系として書き下し、その力学系を考えると、簡約体積の単調性はラグランジアン上の生成関数によるガウス測度の単調性としてシンプレクティック幾何的に理解できること。

(2) 上のガウス測度をパラメトリクスとして、共役熱方程式の熱核を積分方程式のイテレーションで構成すると上の単調性は熱核の生成関数による評価を与えるが、それ以上の精密な情報は得られないこと。

## 3. 現在までの達成度

③やや遅れている。

決まった段階を踏んで解決する問題ではないので、研究の性質上、進展が順調かどうか評価するのは不可能に近いが、現時点で満足のいく結論が出ていない、ということで上の評価としておく。

## 4. 今後の研究の推進方策

L幾何を相空間上の古典力学系（ハミルトン系）として調べる代わりにペレルマンの理論に対して適当な量子化の手続きを行って解析をする手法を中心に研究を進めていくことを考えている。具体的には従来のエントロピー評価に対応して、適当な対数シュレディンガー方程式を考え、L幾何に対しては、相空間のラグランジアン上で幾何学的量子化を考えることにより、量子化を行い、新しい設定で評価を行う。

## 5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔学会発表〕（計1件）

## 自己評価報告書

Toda, M. “Scaling limits of the Ricci  
flow and monotone quantities”  
(2008 年 10 月東北大学) International  
Workshop on Recent Development in Geometry