

## 自己評価報告書

平成23年 3月 31日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540108

研究課題名（和文） 等角写像使用による多重連結領域非線形現象解析

研究課題名（英文） Analysis of Heat and Fluid Flow Problems in a Multiply-Connected Region, using a Conformal Mapping

研究代表者

持丸 義弘 (MOCHIMARU YOSHIHIRO)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：90092577

研究分野：数値流体力学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：数理物理，数理工学，シミュレーション工学，流体力学

## 1. 研究計画の概要

多重連結領域（2次元あるいは軸対称領域）に対し、境界適合格子座標系を形成し、その座標系を等角座標系に選定することが可能であれば等角写像の性質により、初期値、境界値問題の場合解析および解の評価は比較的容易である。一般的に物理領域および写像領域を指定しても等角写像は一意には定まらない。有限個のパラメータを含む写像関数を指定しても、関数の種類あるいはパラメータ値によっては一対一対応の写像を形成する保証はないので個々の関数に対して一対一の対応する条件を明示すること、および可能ならばパラメータ値に対する制限条件の少ない写像関数を選定する道を明確にする必要がある。本研究ではこのような性質を具体的に明らかにした上で、スペクトル差分法を使用して主に多重連結領域における非線形現象を数値解析する。その際、その有効性を飛躍的に高めるために、幾何学形状の変換に二重周期の楕円関数および有理関数の写像変換等を含む具体的な関数の導入決定を図る。対象の方程式として Navier-Stokes 方程式エネルギー方程式等を考慮する。そこで、写像関数がパラメータを含む陰関数の場合をまず検討する。物理形状および写像形状を共に規定すると写像関数は無限級数を通常含むことになるので、まず物理形状の概観を想定した上、写像面を指定し、写像が一対一の対応となるパラメータの制約条件を明示した上で、非線形方程式の数値解析を行う。

## 2. 研究の進捗状況

多重連結領域（2次元あるいは軸対称領域）に対し、有限項で表現できる場合を検討することとし、一意に決定されないため、ある境

界適合等角写像格子座標系を形成して数値解析の可能性をまず検討した。

(1) 写像が一意でないことを具体的に明らかにして、国際会議で発表した。この場合物理面は長方形領域（あるいは周が長方形の領域）で周境界が円に写像できる具体例を示し、写像関数の事前選択が重要であることを指摘した。基本的に外周が円から写像できる一般系を使用してスペクトル差分法で数値解析を進めている。

(2) 二重連結領域、三重連結領域、四重連結領域の具体的な形状に対してパラメータを含む写像関数を示し、少なくとも一自由度は存在する等角写像格子座標系を形成することが可能であることが判明した。領域は無限に広がっている場合でも有限の場合でも同様である。

(3) 境界適合等角写像格子座標系は多重連結領域の場合に真の境界以外の場所を境界座標面に含むことがあるので、その条件の導入の仕方を具体例で示した。2変数2階の連立偏微分方程式の場合には当該位置における条件はスカラー量が見かけの境界の両側で等しいことおよびスカラー量の勾配ベクトルが物理的に両側で一致することが必要である。当該位置の両面の位置座標が陽に指示される場合については具体的に解析可能であることを示し、すでに雑誌に発表した。

(4) 無次元物理量の数値解適用限界については引き続き検討中である。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

いくつかの二重連結領域、三重連結領域、四重連結領域の具体的な形状に対してパラメ

ータを含む写像関数を示し、主として自然対流熱流動場をスペクトル差分法で数値解析し、雑誌等に発表している。

#### 4. 今後の研究の推進方策

境界適合等角写像格子座標系は多重連結領域の場合に真の境界以外の場所を境界座標面に含むことが多く、変数変換を要求される場合が種々あるので、その解決法を具体的に示す。

#### 5. 代表的な研究成果

[雑誌論文] (計6件)

- ① Yoshihiro Mochimaru, "Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Multiply-connected Region", International Electronic Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.2, 7-15, 2010, 査読有
- ② Yoshihiro Mochimaru, "Spectral Finite Difference Analysis for Natural Convection in a Multiply-connected Region", Thermal and Environmental Issues in Energy Systems, Vol.2, 1097-1100, 2010, 査読有
- ③ Yoshihiro Mochimaru, "Conformal Mapping from a Rectangular to a Circular Region, Using Special Functions", Int. J. Pure and Applied Mathematics, Vol.62, 185-193, 2010, 査読有
- ④ Yoshihiro Mochimaru, "Spectral Finite Difference Analysis in a Doubly-Connected Region", First International Conference on Computational Methods for Thermal Problems, 191-194, 2009, 査読有
- ⑤ Yoshihiro Mochimaru, "Natural Convection Heat Transfer from Near Pentagon-like Configuration, using a Mathieu Function Expansion", Proceedings of ICCHMT'09, 105-110, 2009, 査読有

[学会発表] (計6件)

- ① Yoshihiro Mochimaru, "Spectral Finite Difference Analysis for Natural Convection in a Multiply-connected Region", Thermal and Environmental Issues in Energy Systems, May 19, 2010, Sorrento, Italy
- ② Yoshihiro Mochimaru, "Conformal Mapping from a Rectangular to a Circular Region, using Special Functions", The First International Conference on Mathematics and Statistics, March 20, 2010, Sharjah, UAE
- ③ Yoshihiro Mochimaru, "Existence / Non-Existence of Conformal Mapping in Some Family of Functions", Fifth International Conference of Applied

Mathematics and Computing, August 13, 2008, Plovdiv, Bulgaria