

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 3 月 31 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540108

研究課題名（和文） 等角写像使用による多重連結領域非線形現象解析

研究課題名（英文） Analysis of Heat and Fluid Flow Problems in a
Multiply-Connected Region, using a Conformal Mapping

研究代表者

持丸 義弘 (MOCHIMARU YOSHIHIRO)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：90092577

研究成果の概要（和文）：スペクトル差分法で使用される等角写像の拡張と適用性を検討した。写像の単葉性をパラメータを有する関数族について検討したほか、多重連結性の条件を明示的に導入し、境界形状が指定されても等角写像関数は一意に定まらないために多重連結領域に対する具体的な写像関数例を示した。

研究成果の概要（英文）：Extension and applicability of conformal mapping used in a finite difference scheme is investigated. Univalence of conformal mapping required is searched in a family of functions possessing parameters, whereas an explicit condition for multiply-connectedness is clearly introduced and several concrete conformal mapping functions for a multiply-connected domain are proposed, supplemented with a transform of a variable if any, since such a conformal mapping function is not uniquely determined as long as only corresponding boundary configurations are specified a priori.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数値流体力学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：数理物理, 数理工学, シミュレーション工学, 流体工学

1. 研究開始当初の背景

(1) 等角写像を使用する数値解析手法であるスペクトル差分法については1995年3月の26th Annual Iranian Mathematics Conferenceにおいて招待でA Spectral Finite Difference Method and its Effectivenessとして基本的な概念および具体例について発表を行い、Computational Fluid Dynamics Review 1998 (pp.370-394)でその根幹を展望したものである。

(2) 2003年8月には12th Int. Col. Numerical Analysis and Computer Science with Applications.でSpectral Finite Difference Analysis in a Triply-connected Regionとして招待発表した上で、2003年10月のINHA Symposium on Nonlinear Analysis and Related TopicsでNew Features of a Spectral Finite Difference Schemeとして方向性を示した。その後Int. J.

Computational and Numerical Analysis and Applications, Vol.4. (pp.91-104), 2003 で Spectral Finite Difference Analysis in a Triply-connected Region, The 6th KSME-JSME Thermal and Fluids Engineering Conference で Natural Convection from Two Cylinders in a Cavity(2005), Int. J. Pure and Applied Mathematics で Natural Convection Heat Transfer in a Doubly-Connected Region, using a Spectral Finite Difference Scheme, (pp.51-60), (2006), Fourth International Conference of Applied Mathematics and Computing で Spectral Analysis on Natural Convection Heat Transfer from a Rectangular Cylinder Partially Heated in an Infinite Extension (2007)で発表し, 写像については Application of Conformal Maps to Heat Transfer Analysis として 2007 年 10 月に 10th International Symposium on Technology for Next Generation Vehicle & Machine で発表した.

2. 研究の目的

(1) 多重連結領域 (2 次元あるいは軸対称領域) に対し, 境界適合格子座標系を形成し, その座標系を等角座標系に選定することが可能であれば等角写像の性質により, 初期値, 境界値問題の場合解析および解の評価は比較的容易である. 一般的に物理領域および写像領域を指定しても等角写像は一意には定まらない. 有限個のパラメータを含む写像関数を指定しても, 関数の種類あるいはパラメータ値によっては一対一対応の写像を形成する保証はないので個々の関数に対して一対一の対応する条件を明示すること, および可能ならばパラメータ値に対する制限条件の少ない写像関数を選定する道を明確にする.

(2) 多重連結条件の導入, 多重連結領域に対する等角写像関数の具体例の導入, 付随する変数変換の導入検討.

3. 研究の方法

(1) 具体的な数値解析にはスペクトル差分法を適用する. その際, その有効性を飛躍的に高めるために, 幾何学形状の等角写像変換に二重周期のヤコビの楕円関数および有理関数の写像変換等を含む具体的な関数の導入決定を図る. 対象の方程式として Navier-Stokes 方程式, エネルギー方程式等を考慮する. 単葉性の確保が必要条件である. 等角写像座標系の選定の仕方の方針においては本質的に 3 自由度が存在し, 平行移動と拡大回転を除いても 1 自由度が存在する. このような場合の等角写像の決定法の指針の策定.

(2) 多重連結領域の解析では数学的に (多重度 - 1) だけの数の付加条件を課す必要があり, 可能な条件の中から数値解析に適切なものを選んで実解析例で検討する. 多重連結条件を明示的に導入する. なお幾何学的に対称で物理条件も対称の場合には多重連結性は対称性を導入することにより, 自動的に満足される.

(3) 二重連結領域, 三重連結領域など多重連結領域に対する境界適合等角写像関数選定およびそれに伴う変数変換法の導入.

(4) 多重連結領域に対する境界適合等角写像関数に伴う見かけ上の境界における明示的条件設定法の開発.

4. 研究成果

(1) 単位円からの写像を標準形として要素にヤコビの楕円関数をはじめとする正則関数を利用して, パラメータを含む場合の写像の単葉性を検討した. その結果, パラメータが 0 の場合に単葉でもパラメータの絶対値が極小さな値でもある程度大きくなると単葉でなくなる場合があることが判明した.

(例えば, Existence / Non-Existence of Conformal Mapping in Some Family of Functions, International J. Pure and Applied Math., 49, 2008, 497-503)

(2) 多重連結条件の扱い方の確立必要条件の導入: 境界を形成する各閉曲線に沿うスカラー量の勾配の周回積分 = 0 (対称場では自動的に満足されているのでその時には現れない.) 本条件は必要十分である. 明示的に対称な場合を除いて見かけ上の境界が形成された場合を含めて適用されている. 非圧縮の Navier-Stokes の運動方程式を扱っている場合には対象スカラー量として圧力を使用することができて, 境界条件を考慮して直接には渦度に対する拘束条件に変換される.

(3) 三重連結領域などでは境界適合格子座標を形成すれば, 必ず見かけ上の境界が発生する. この場合にも座標系は一意に決定されないため具体例を示した. (例えば, Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Multiply-Connected Region with Sudden Expansion, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 70, (2011), 765-774; Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Triply-Connected Region of a Nearly Parallel Enclosure, Second International Conference on Computational

Methods for Thermal Problems, (2011), 151-154)

(4)境界適合等角写像格子座標系は多重連結領域の場合に真の境界以外の場所を境界座標面に含むことがあるので、その条件の導入の仕方を具体例で示した。2変数2階の連立偏微分方程式の場合には当該位置における条件はスカラー量が見かけの境界の両側で等しいことおよびスカラー量の勾配ベクトルが物理的に両側で一致することが必要である。当該位置の両面の位置座標が陽に指示される場合については具体的に解析可能であることを示した。陽に示されない場合にはスペクトル分解の関数に応じて変数変換を導入することにより前述の条件を導入可能なことを示した。(例えば Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Multiply-Connected Region with Sudden Expansion, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 70, 2011, 765-774)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① Yoshihiro Mochimaru, Basic Idea for Numerical Analysis of Heat and Fluid Flow Problems, using A Spectral Finite Difference Scheme, Journal of Analytical & Bioanalytical Techniques, 査読有, 2, 2011, 33
- ② Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Triply-Connected Region of a Nearly Parallel Enclosure, Second International Conference on Computational Methods for Thermal Problems, 査読有, -, 2011, 151-154
- ③ Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Multiply-Connected Region with Sudden Expansion, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 査読有, 70, 2011, 765-774
- ④ Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis of Natural Convection in a Multiply-Connected Region, International Electronic Journal of Pure and Applied Mathematics, 査読有, 2, 2010, 7-15
- ⑤ Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis for Natural

Convection in a Multiply-connected Region, Thermal and Environmental Issues in Energy Systems, 査読有, 2, 2010, 1097-1100

- ⑥ Yoshihiro Mochimaru, Conformal Mapping from a Rectangular to a Circular Region, Using Special Functions, Int. J. Pure and Applied Mathematics, 査読有, 62, 2010, 185-193
- ⑦ Y. Mochimaru & M-W.Bae, Numerical Analysis of Natural Convection Heat Transfer from a Fin in a Parallel Enclosure, ISME Busan 2009 Proceedings, 査読無, CD-ROM, 2009, 153.1-153.5
- ⑧ Y. Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis in a Doubly-Connected Region, First International Conference on Computational Methods for Thermal Problems, 査読有, -, 2009, 191-194
- ⑨ Y. Mochimaru, Natural Convection Heat Transfer from Near Pentagon-like Configuration, using a Mathieu Function Expansion, Proceedings of ICCHMT'09, 査読無, -, 2009, 105-110
- ⑩ Y. Mochimaru & M-w. Bae, Precise Estimation of Conformal Mapping in Heat and Fluid Flow Problems, KSAE2008 Annual Conf. And Exhibition, 査読無, -, 2008, 148
- ⑪ Yoshihiro Mochimaru, Existence / Non-Existence of Conformal Mapping in Some Family of Functions, International J. Pure and Applied Math., 査読有, 49, 2008, 497-503
- ⑫ Yoshihiro Mochimaru, Existence Non-Existence of Conformal Mapping in Some Family of Functions, Fifth International Conf. Applied Math. Comp., 査読無, 2, 2008, 307-308

[学会発表] (計 4 件)

- ① Yoshihiro Mochimaru, Basic Idea for Numerical Analysis of Heat and Fluid Flow Problems, using a Spectral Finite Difference Scheme, Second International Conference on Analytical and Bioanalytical Techniques, 2011.12.16, San Francisco, U. S. A.
- ② Yoshihiro Mochimaru, Spectral Finite Difference Analysis for Natural Convection in a Multiply-connected Region, Thermal and Environmental Issues in Energy Systems, 2010.5.19,

- Sorrento, Italy
- ③ Yoshihiro Mochimaru, Precise Estimation of Conformal Mapping in Heat and Fluid Flow Problems, KSAE2008 Annual Conf. And Exhibition, 2008.11.20, Taejon, Korea
 - ④ Yoshihiro Mochimaru, Existence Non-Existence of Conformal Mapping in Some Family of Functions, Fifth International Conf. Applied Math. Comp., 2008.8.13, Plovdiv, Bulgaria

6. 研究組織

(1) 研究代表者

持丸義弘 (MOCHIMARU YOSHIHIRO)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：90092577