

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月14日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540109

研究課題名（和文） 不均質環境における生物種の生存競争の数理解析

研究課題名（英文） Mathematical Analysis for competition between species
in heterogeneous environment

研究代表者

中村 健一（NAKAMURA KEN-ICHI）

金沢大学・数物科学系・准教授

研究者番号：40293120

研究成果の概要（和文）：本研究では、生物種の生存競争における環境の不均質性の影響を調べるために、空間非一様なロトカ・ヴォルテラ2種競争系、およびその特異極限系として得られる界面方程式の進行波について考察した。主な成果は、空間周期的な環境における進行波の平均伝播速度の精密な評価、再帰的環境を伝播する進行波の存在・漸近安定性およびその平均伝播速度が定義されるための条件の導出、均質化極限下での進行波の波形および平均伝播速度の特徴づけなどに関するものである。

研究成果の概要（英文）：In this research project, for the mathematical study of competition between biological species in heterogeneous environment, we investigated the effect of spatial inhomogeneity on the propagating speed of traveling waves of 2-species Lotka-Volterra competition-diffusion systems and their singular limit equations. Among other things, we obtained sharp estimates of the average propagation speed of traveling waves in spatially periodic environment, showed the existence and the asymptotic stability of recurrent traveling waves and established conditions for the well-definedness of the average speed of the recurrent traveling wave. We also considered the homogenization problem and determined the homogenization limit of the average speed and the limit profile of the traveling waves.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：応用解析学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：反応拡散系、進行波解、均質化極限、界面方程式、数理生態学

1. 研究開始当初の背景

生態系および生物多様性の保護という観点から、在来種の絶滅や遺伝子の攪乱など

生態系に悪影響を及ぼす侵略的外来生物種（外来種）の問題が世界的に注目されており、日本においても必要に応じて国や自治体が対策をとることが法律により定められた。しか

しながら、すでに侵入・定着した外来種を排除することは容易なことではない。

生態学の分野においては、「餌や営巣地など同じ資源を必要とする競争関係にある生物種は共存できず、より環境に適応した種が生き残り、適応に劣る種は排除される」という競争排除原理が働くと考えられており、外来種の侵入による在来種の絶滅もこの原理を用いて説明される。

競争排除原理の数理的研究には、競争系と呼ばれる反応拡散方程式系が広く用いられており、外来種の生息域が在来種の生息域を侵食しながら広がっていく様子は、一定波形・一定速度で伝播する進行波を用いて記述できる。しかし、競争系、およびその特異極限により得られる界面方程式の進行波に関して行われてきた解析のほとんどは、生物の生息環境が均質な場合にのみ行われており、現実に存在する不均質環境を考慮した研究はあまりなされていなかった。

このような状況を鑑みて、生物種の生存競争の数理モデルとして広く用いられている競争系の進行波に関して、方程式の空間非一様性が進行波の伝播速度に与える影響を正確に見積もることにより、不均質環境における外来種の空間的伝播に関する数理的な知見を得る手がかりとすべく本研究を着想するに至った。

2. 研究の目的

本研究の主たる対象である 2 種競争系は、生物種の自然増加率や種内競争・種間競争の強さなどのパラメータの値を変化させると解の分岐が起り、単安定型にも双安定型にもなりうるという特徴がある。その特徴を利用しつつ、方程式の持つ空間非一様性が進行波の伝播速度に与える影響を調べることを目的として、以下に述べる問題について取り組むこととした。

- (1) 空間周期的な環境における進行波の平均伝播速度の形式的導出とその数学的正当化（双安定型の場合）。
- (2) 非周期環境における進行波の存在およびその平均伝播速度の環境依存性（双安定型の場合）。
- (3) 最小平均伝播速度の特徴づけ（単安定型の場合）。

3. 研究の方法

上記(1)について：双安定型 2 種競争系の進行波に関し、接合漸近展開などの漸近的手法を用いて進行波の波形および平均伝播速度の形式的導出を行うとともに、漸近展開の情

報を利用した適切な比較関数を構成し、比較定理を用いて進行波の平均伝播速度の精密な評価を行った。

上記(2)について：連携研究者の俣野博、および同済大学（中国）の婁本東と定期的に連絡をとりつつ研究を進めた。同じメンバーにより、すでに周期的環境を伝播する進行波については結果が得られていたので、より一般の非周期的な環境の場合の研究に取り組んだ。非周期的環境を伝播する進行波の速度を評価する際には周期的な場合には見られないさまざまな困難が生じたが、解のアプリオリ評価と比較定理をうまく利用することで成果を上げることができた。

上記(3)について：単安定型の場合には、進行波の平均速度は一意に決まらないが、環境が空間周期的に変化する場合に最小の平均速度が存在することはすでにフランスのグループにより結果が得られていた。本研究においては、環境変化が非常に細かいスケールで起こるという均質化極限に関する研究を行い、最小平均速度の均質化極限を与える公式の平易な導出を試みた。

4. 研究成果

(1) 空間周期的な環境における進行波の平均伝播速度の形式的導出とその数学的正当化（双安定型の場合）について：

2 種類の生物の環境適応力の強弱にあまり差がない場合に、より強い生物の生息域の拡大速度の評価を精密な比較関数の構成と力学系の理論を用いることにより行った。その結果、不均質環境における生息域の拡大速度は一様環境下の拡大速度よりも遅くなることを厳密に証明することができた。

（本内容については、論文準備中。）

(2) 非周期環境における進行波の存在およびその平均伝播速度の環境依存性（双安定型の場合）について：

非周期的な環境として、境界形状が空間再帰的な構造を持つ 2 次元シリンダー領域において 2 種競争系を考察し、その特異極限下で得られる界面方程式の進行波について以下の結果を得た。

①非周期環境における進行波を、すべての時刻に対して定義される全域解であり、しかもそのプロファイル（形状）が環境に連続的に依存するものとして定式化し、領域の幅、生物種の競争力の差（これは、もとの 2 種競争

系の 1 次元進行波の速度を用いて表現できる), および境界形状の最大の傾きという 3 つのパラメータがある条件を満たすとき, 界面方程式の進行波が (時間シフトを除いて) 一意に存在し, しかも大域的漸近安定であることを示した。

②①で得られた進行波の平均伝播速度について考察し, 境界の空間構造が再帰的な場合は, 一般には平均伝播速度が定義できないことがあること, およびエルゴード的な空間構造を持つ場合は平均伝播速度が自然に定義されることを示した。

(以上①②については, 論文投稿中。)

③さらに, 境界が非常に微細な空間再帰的形状をしている場合に, 境界近くの解の形状や挙動を精密に評価できるような比較関数を構成することで, 空間構造の細かさを表すパラメータを 0 に近づけたときの進行波の形状および平均伝播速度の均質化極限を求めた。その結果, 進行波の形状および速度の均質化極限が境界形状の傾きの最大値のみで決まり, 空間非一様性に関する他の量に全く依存しないことを明らかにした。この結果に関する成果発表をいくつかの学会において行い, 大きな反響を得ることができた。

(③については, 論文準備中。)

④環境の空間非一様性が進行波の伝播速度に与える影響をさらに正確に見積もるため, 境界形状が準周期的で, しかも非常に細かい空間構造を持っている場合に, 進行波の平均伝播速度の均質化極限を詳細に調べた。さらに精巧な比較関数の構成を行い, 空間周期的な場合に平均伝播速度が均質化極限に漸近するオーダーを厳密に決定した。さらにその手法を空間準周期的な形状の場合に適用することにより, 平均伝播速度が均質化極限に漸近するオーダーを求める問題が, 無理数回転で生成されるクロネッカー列の分布と深く関連していることを見出した。今後は, 解析的数論の分野で得られている事実を援用しながら, 平均伝播速度が均質化極限に漸近するオーダーと準周期的な境界形状の線形独立な周期の個数との関係を明らかにしたいと考えている。

上記の結果は 2 種競争系の界面方程式に対するものであるが, この研究において開発された手法は, 空間形状を考慮した神経内の興奮伝達モデルやカルシウム伝播モデルなど, 空間非一様性を有する反応拡散系の諸問題に対するアプローチ手法として利用できることが期待される。

(3) 最小平均伝播速度の特徴づけ (単安定型

の場合) について:

予備的研究として, 空間周期的な不均質環境における侵入生物の空間伝播に関して重定-川崎-寺本によって提案された拡張フィッシャー方程式に対し, 環境の空間的变化が非常に小さなスケールで生じている場合の進行波の最小伝播速度について考察した。マクロスケールを記述する変数とミクロスケールを記述する変数を導入して異なるスケールにおける解の挙動を分離する均質化法のアイディアを援用することにより, 環境変化が非常に小さいスケールで起こっている場合の進行波の最小伝播速度を与える公式が従来用いられてきた手法よりも平易でわかりやすい方法で得られることを明らかにした。この手法は従来の方法とは異なり, 競争系などの方程式系や高次元領域における問題にも容易に拡張されることが期待される。(本内容については, 論文①により成果発表を行った。)

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① 中村健一, 均質化の基本的なアイディアと不均質媒体中のフロント伝播への応用, 数理解析研究所講究録, 査読無, 1597, 2008, 62-68.

[学会発表] (計 18 件)

- ① Ken-Ichi Nakamura, Existence of recurrent traveling waves in a two-dimensional undulating cylinder: the virtual pinning case, The 4th MSJ-SI Nonlinear Dynamics in Partial Differential Equations, 2011.9.13, Kyushu University (福岡県).
- ② Ken-Ichi Nakamura, Existence of recurrent traveling waves in a two-dimensional cylinder with undulating boundary - the virtual pinning case, Equadiff2011, 2011.8.4, Loughborough University (イギリス).
- ③ Ken-Ichi Nakamura, Existence of recurrent traveling waves in a 2D saw-toothed cylinder --- the virtual pinning case, Interface Motion and Traveling Waves in Reaction-Diffusion Equations, 2010.10.13, Tongji University (中国).
- ④ Ken-Ichi Nakamura, Homogenization limit of recurrent traveling waves in a two-dimensional cylinder with

undulating boundary, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, 2010. 8. 30, Czech Technical University in Prague (チェコ) .

- ⑤ Ken-Ichi Nakamura, Homogenization limit of recurrent traveling waves in a 2D saw-toothed cylinder, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2010. 5. 27, Dresden University of Technology (ドイツ) .
- ⑥ Ken-Ichi Nakamura, Homogenization limit of recurrent traveling waves in a two-dimensional cylinder with undulating boundary, Spatio-Temporal Patterns from Mathematics to Biomedical Applications, 2010. 3. 16, Archamps Technopole (フランス) .
- ⑦ Ken-Ichi Nakamura, Homogenization limit of recurrent traveling waves in a saw-toothed cylinder, Reaction-Diffusion Systems: Modeling and Analysis, 2009. 6. 3, University of Paris-Sud (フランス) .
- ⑧ Ken-Ichi Nakamura, Traveling waves in a two-dimensional saw-toothed cylinder and their homogenization limit, PDE approximations in fast reaction-slow diffusion scenarios, 2008. 11. 13, Lorentz Center (オランダ) .
- ⑨ Ken-Ichi Nakamura, Asymptotic stability of traveling waves in heterogeneous media, Mathematical Understanding of Complex Systems arising in Biology and Medicine, 2008. 10. 28, Meiji University (東京都) .
- ⑩ 中村 健一, 非一様な場を伝播する進行波の速度, 日本数学会秋季総合分科会, 応用数学分科会特別講演, 2008年9月27日, 東京工業大学 (東京都) .
- ⑪ Ken-Ichi Nakamura, Front propagation for Lotka-Volterra competition-diffusion systems in a cylinder with spatially undulating boundary, The Second China-Japan Colloquium of Mathematical Biology, 2008. 8. 6, Okayama University (岡山県) .

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中村 健一 (NAKAMURA KEN-ICHI)
金沢大学・数物科学系・准教授
研究者番号：40293120

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

侯野 博 (MATANO HIROSHI)
東京大学・大学院数理科学研究科・教授
研究者番号：40126165

中村 俊子 (荻原 俊子) (NAKAMURA
TOSHIKO (OGIWARA TOSHIKO))
城西大学・理学部・准教授
研究者番号：70316678