

機関番号：14501

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20540123

研究課題名（和文） 双曲型境界制御系の安定化と減衰率評価に関する理論的・数値実験的研究

研究課題名（英文） Theoretical and Numerical Studies on Stabilization and Decay Rate Estimation of Hyperbolic Boundary Control Systems

研究代表者

佐野 英樹 (SANO HIDEKI)

神戸大学・大学院システム情報学研究科・准教授

研究者番号：70278737

研究成果の概要（和文）：本研究を通して主に三つの成果を得ることができた。以下の通りである。(1) 天井クレーンの制振制御で用いる制御則に含まれるパラメータの最適化法の確立、(2) バックステッピング法を用いた並流型熱交換プロセスに対する安定化コントローラ的设计法、(3) プラグフロー反応プロセスに対する有限次元安定化コントローラ的设计法

研究成果の概要（英文）：Through this study, three main results were obtained. They are summarized as follows: (1) Establishment of optimization method of parameters contained in the stabilizing control law for an overhead crane; (2) Design method of stabilizing controllers for a parallel-flow heat exchange process using a backstepping approach; (3) Design method of finite-dimensional stabilizing controllers for a plug-flow reactor process.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2008年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 2009年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 2010年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,200,000 | 660,000 | 2,860,000 |

研究分野：偏微分方程式系の制御理論

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：双曲型システム、境界制御、安定化、半群、天井クレーン、並流型熱交換方程式、プラグフロー反応方程式

1. 研究開始当初の背景

拡散方程式や波動方程式などのように偏微分方程式によって記述される系、いわゆる分布定数系は、状態変数が関数空間に値をとる系として定式化できるので無限次元システムとも呼ばれている。近年、常微分方程式によって記述される系、すなわち集中定数系において得られている結果の多くは、分布定数系に拡張されてきている。特にコントローラを構成する際に、そこで用

いられる手法は大きく分けて、つぎの二つに分類される。一つは、無限次元システムから無限次元コントローラを構成する手法である。この場合、実システムにコントローラを実装するためには何らかの方法で有限次元化しなければならないが、閉ループ系を不安定化させないコントローラの有限次元化はそれほど容易ではない。もう一つは、無限次元システムから有限次元モデルを導出し、そのモデルに基づき有限次元コ

ントローラを構成する方法である。この場合、無限次元と有限次元のギャップから剰余モードがシステムを不安定化させる恐れがある。そのため、これを防ぐために不必要な高次モードを除去するための剰余モードフィルタを取り付ける必要がある。これら何れの手法も、スペクトルが複素平面の実軸上に分布している拡散系に対しては有効である。ところが、スペクトルが虚軸上に分布している減衰項を含まない振動系に対しては、閉ループ系のスペクトルの一部が複素右半平面へ移動して不安定化する恐れがあり、非常に難しい問題となっている。そのため、このような場合には有限次元システム制御論からの類推ではない、無限次元システムの物理的性質を用いた手法により有限次元コントローラを構成する必要がある。

本研究では、はじめに双曲型偏微分方程式と常微分方程式の両方を用いて記述される、減衰項を伴わない天井クレーンの分布定数モデルを取り上げ、クレーンの台車に制御力を加えることにより、荷物の揺れ並びにケーブルの振動を可能な限り速やかに抑えるという安定化問題を考察する。なお、偏微分方程式と常微分方程式が組み合わさった系は混合定数系と呼ばれ、システム制御の分野ではコントローラの設計が難しい対象とされている。天井クレーンはケーブルがたるまない、すなわち振動しないと仮定した場合には常微分方程式のみで記述され、これについては多くの研究者によってコントローラ設計などの研究がなされている。それに対して、ケーブルが振動すると仮定した場合の研究は極めて少ないのが実情である。なお、本研究では天井クレーン以外にも、カップリングした双曲型偏微分方程式によって記述される並流型熱交換プロセスの安定化問題や、拡散の影響を考慮したプラグフロー反応プロセスの安定化問題を取り上げる。

2. 研究の目的

B. Rao は台車の質量を無視した“一つ”の荷物を有する天井クレーンをモデル化し、それに対して台車の変位と速度に関する情報をフィードバックするコントローラを構成して、エネルギー・マルチプライヤー法を用いて系全体が指数安定になることを証明した (B. Rao, Proc. of the Second European Control Conference, Groningen, pp. 314-317, 1993)。一方、佐野・大田中は台車の質量を無視した“二つ”の荷物を有する天井クレーンをモデル化し、台車の変位と速度に関する情報をフィードバックするコントローラを構成して、ラサールの不

変性原理を用いて系全体が漸近安定になることを証明した (Sano & Otanaka, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 23, No.3, pp. 225-237, 2006a)。さらに佐野は、B. Rao (1993) と Sano & Otanaka (2006a) の結果を、台車の質量が無視できない場合に対してそれぞれ拡張している (Sano, IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol. 25, pp. 353-366, 2008)。Sano & Otanaka (2006a) と Sano (2008) のどちらの研究も系全体が漸近安定になるところまでは証明しているが、指数安定性がいえるかどうか示していない。本研究では、もし指数安定にならないと結論できた場合には、どのような減衰の仕方をしているのか考察する。また、これと同時にコントローラに含まれるパラメータを最適化する手法を確立し、可能な限り速やかに安定化が達成できるようにする。さらに、天井クレーン以外にも工学的に重要なモデルである、カップリングした二つの双曲型偏微分方程式によって記述される並流型熱交換プロセスの安定化問題や、拡散の影響を考慮したプラグフロー反応プロセスの安定化問題を取り上げ、減衰率を高めるための制御手法を構築する。

3. 研究の方法

(1) 天井クレーンの制振制御：台車の質量が無視できる場合も無視できない場合も、“二つ”の荷物を有する天井クレーン系全体が漸近安定になるところまでは上述したように証明しているが、指数安定性がいえるかどうか示していない。本研究では、spectrum determined growth condition に関する F. L. Huang の定理 (1985) を適用して、その証明を試みる。もし否定的な結論に至った場合には、どのような減衰の仕方をしているのか考察する。また、これとは別にコントローラに含まれるパラメータを最適化する手法を確立し、可能な限り速やかに安定化が達成できるようにする。Sano (Proc. of the 12th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzyzdroje, Poland, pp. 151-156, 2006b) では、台車の質量が無視できる場合に対し、ケーブルが振動しないと仮定した単純なモデルを用いて制御則に含まれるパラメータを最適化した。本研究では、さらにその手法を精密にし、波動方程式を有限差分近似したモデルに基づく方法で制御則に含まれるパラメータの最適化を行う。

(2) 並流型熱交換プロセスの安定化：はじめに、分布入力と境界入力を有する並流型二層流熱交換方程式を取り上げ、安定化問題を

考察する。そのシステムはカップリングした二つの 1 階双曲型偏微分方程式によって記述されるが、変数変換を施すことにより、互いに干渉しない二つのサブシステムに分離できる。各サブシステムに対して、バックステッピング法を用いて制御則を導出し、それらを統合して元のシステムに対する制御則を構築する。つぎに、分布入力のみを有する並流型二層流熱交換プロセスを取り上げ、エネルギー関数を定義し、それを速やかにゼロに収束させるための制御法について考察する。

(3) プラグフロー反応プロセスの安定化：はじめに、境界制御・分布観測を伴うプラグフロー反応方程式の有限次元コントローラによる安定化問題を扱う。プラグフロー反応方程式は元々、二つの 1 階双曲型偏微分方程式によって記述されるものであったが、ここでは拡散の影響を考慮した、より現実的なモデルに着目し、有限次元安定化コントローラ的设计法を与える。特に、剰余モードフィルタ (Balas, 1988) を使った手法について検討する。つぎに、境界制御・境界観測を伴う場合の有限次元コントローラによる安定化問題を扱う。特に、境界観測方程式を、ある作用素の分数冪を用いて表すことが可能かどうかを検討する。最後に、境界制御・境界観測を伴う上記のモデルに対し、バックステッピング法を用いた無限次元安定化コントローラの構成法について考察する。

4. 研究成果

(1) 天井クレーンの制振制御：台車の質量を無視した二つの荷物を有する天井クレーンの制振制御問題を取り上げた。台車の変位と速度に関する情報をフィードバックする制御則を構成することにより、系全体を漸近安定化できることが Sano & Otanaka (2006a) の中で半群理論を用いて証明されているが、荷物の揺れ並びにケーブルの振動を可能な限り速く抑えるためには、何らかの方法で制御則に含まれるパラメータを最適化する必要がある。本研究では、波動方程式を有限差分近似したモデルに基づく方法で制御則に含まれるパラメータの最適化を行った。Sano (2006b) の中では、ケーブルが振動しないと仮定した単純なモデルを用いて制御則に含まれるパラメータを最適化したが、今回は有限差分モデルに基づく手法をとったため、モデルの次数は大きくなったものの、より最適なパラメータの決定法を提案できた。実際に、Sano (2006b) の数値例と同じ係数をもつ二次評価関数を用いて数値実験を行ったところ、二つの荷物の揺れがより速く収束することが確認できた。ケーブルの長さを 1 としたと

きの、台車から 0.7 離れた場所における荷物の変位の時間発展を図 1 に、台車から 1 離れた場所における荷物の変位の時間発展を図 2 に示す。Former method (破線) が Sano (2006b) の手法を使ったときの結果であり、Proposed method (実線) が本研究での手法を使ったときの結果である。図 1 および図 2 を見て明らかのように、本手法でのパラメータ決定法が非常に効果的であることがわかる。

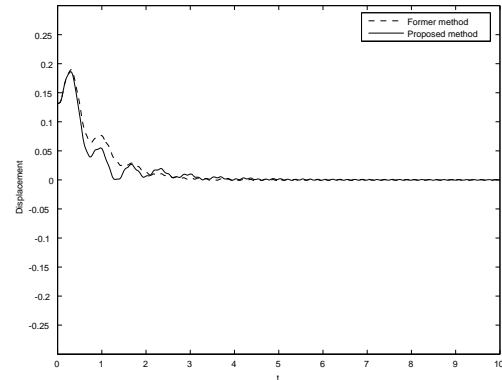


図 1 台車から 0.7 離れた場所に
取り付けられた荷物の変位

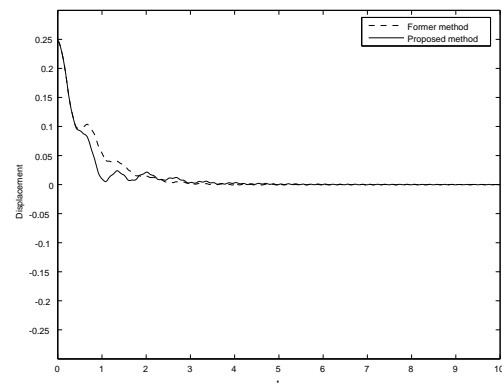


図 2 台車から 1 離れた場所に
取り付けられた荷物の変位

ただし、制御則が組み込まれた閉ループ系が指数安定になり得るかどうかの問題は未解決のまま残されている。

(2) 並流型熱交換プロセスの安定化：はじめに、分布入力と境界入力を有する並流型二層流熱交換方程式を取り上げ、安定化問題を考察した。そのシステムは二つの 1 階双曲型偏微分方程式によって記述されるが、近年注目されているバックステッピング法による安定化手法について研究した。システムの性質上、何も制御しなくても有限時間経過した後は状態がゼロになるが、特に初期データが共に正の場合には、バックステッピング制御した場合には、 L^2 ノルムの減衰が速くなることが数値実験を通して確認できた (図

3)。初期データが定符号でない場合にもバックステップング法によって安定化できるが、そのときは逆に減衰が遅くなることがわかった(図4)。

つぎに、分布入力のみを有する並流型二層流熱交換プロセスを取り上げ、エネルギーを速やかにゼロに収束させるための制御法について考察した。まず、固定ゲインをもつ出力フィードバック系を記述する半群が spectrum determined growth condition を満たすことを示し、その後にエネルギー関数を定義して、それが速やかにゼロに収束するようにフィードバックゲインを切替える手法を提案した。ゲインを大きくすると閉ループ系が不安定になるが、不安定な閉ループ系を切替える状況になっても、系全体が安定化されるという興味深い結果を得た。

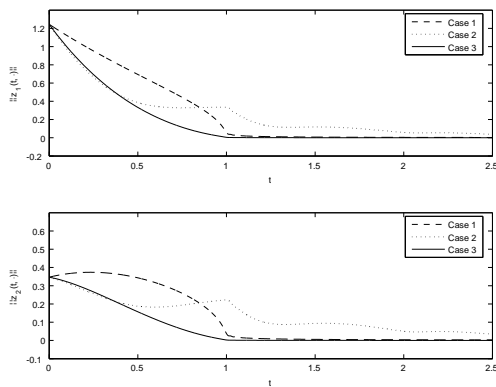


図3 初期データが共に正の分布をもつとき
Case1: 分布制御・境界制御共にゼロの場合
Case2: 分布制御のみを用いた場合
Case3: バックステップング制御を用いた場合

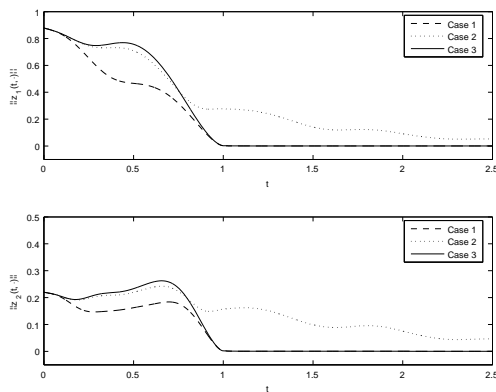


図4 初期データが定符号でない分布をもつとき
Case1: 分布制御・境界制御共にゼロの場合
Case2: 分布制御のみを用いた場合
Case3: バックステップング制御を用いた場合

(3) プラグフロー反応プロセスの安定化: はじめに、境界制御・分布観測を伴うプラグフロー反応方程式の有限次元コントローラによる安定化問題を扱った。プラグフロー反応方程式は元々、二つの1階双曲型偏微分

程式によって記述されるものであったが、ここでは拡散の影響を考慮した、より現実的なモデルに着目し、有限次元安定化コントローラ的设计法を与えた。移流項を伴わない単独の拡散方程式に対しては、Sakawa (1983)によって剰余モードフィルタを用いた手法が提案されていたが、そのフィルタがカップリングした境界入力をもつシステムに対しても、ある作用素の分数冪による変数変換(Nambu, 1985)を用いて定式化することにより、効果的に働くことを理論的に明らかにした。また、数値実験を通して制御性能に関する検証を行った。

つぎに、扱いが非常に困難とされていた境界制御・境界観測を伴う場合の有限次元コントローラによる安定化問題を扱った。特にこの場合には、境界観測方程式を、ある作用素の分数冪を用いて表すことができたことが大きな研究成果となっている。また、この場合も数値実験を通して有限次元コントローラの制御性能を検証した。

最後に、境界制御・境界観測を伴う上記のモデルに対し、バックステップング法を用いた無限次元安定化コントローラの構成法について考察した。二つの状態変数の線形結合によって新しい変数を導入することにより、互いに干渉しない二つのサブシステムに分離できる。ここで、漸近安定でないサブシステムに対して構成されたバックステップング・コントローラとバックステップング・オブザーバからなる無限次元コントローラが、系全体に対して安定化コントローラとして働くこと、すなわち分離原理が成立することをリアプノフの方法を用いて示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 16 件)

- ① Hideki Sano, Neumann boundary stabilization of a coupled transport-diffusion system with boundary outputs: a backstepping approach, *Advances in Differential Equations and Control Processes*, 査読有, Vol.7, No.1, 2011, pp.1-14.
- ② Hideki Sano, Neumann boundary control of a coupled transport-diffusion system with boundary observation, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 査読有, Vol.377, 2011, pp.807-816.
- ③ Hideki Sano and Shin-ichi Nakagiri, Stabilization of a coupled transport-

diffusion system with boundary input, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 査読有, Vol.363, 2010, pp.57-72.

④ Hideki Sano, Supplement to: ‘Boundary stabilization of hyperbolic systems related to overhead cranes’ [H. Sano, IMA J. Math. Control Inf. (2008) vol.25, 353-366, doi:10.1093/imamci/dnm031], IMA Journal of Mathematical Control and Information, 査読有, Vol.26, 2009, pp.231-237.

⑤ Hideki Sano, Boundary stabilization of a string with two rigid loads: calculation of optimal feedback gain based on a finite difference approximation, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 査読有, Vol.2, 2008, pp.513-522.

[学会発表] (計 19件)

① Hideki Sano, Switching control of parallel-flow heat exchange processes, The 9th WSEAS International Conference on System Science and Simulation in Engineering, October 4, 2010, Hotel Appi Grand, Iwate, Japan.

② 佐野英樹, Stabilization of a coupled transport-diffusion system: a case with boundary control and boundary observation, 神戸数学的制御理論研究集会, 2010年1月8日, 神戸大学瀧川記念会館.

③ Hideki Sano and Shin-ichi Nakagiri, Feedback control of parallel-flow heat exchanger equations using a forward-stepping method, The 14th WSEAS International Conference on Applied Mathematics, December 16, 2009, Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain.

④ Hideki Sano, Stabilization of a string with two rigid loads: application of optimal feedback gain based on a finite difference approximation, The 13th WSEAS International Conference on Applied Mathematics, December 16, 2008, Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Islands, Spain.

⑤ 佐野英樹, 中桐信一, 境界入力をもつ移

流拡散方程式系の安定化, 京都大学数理解析研究所研究集会「関数方程式のダイナミクスと数理モデル」, 2008年11月6日.

[図書] (計 0件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐野 英樹 (SANO HIDEKI)

神戸大学・大学院システム情報学研究科・
准教授

研究者番号 : 70278737