

自己評価報告書

平成 23 年 04 月 25 日現在

機関番号：32622

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2012

課題番号：20540133

研究課題名(和文) グラフ上の酔歩の被覆時間とグラフのスペクトル幾何

研究課題名(英文) Analysis on the relation of the spectral structure of graphs to the cover times of random walks

研究代表者

樋口 雄介 (HIGUCHI YUSUKE)

昭和大学・富士吉田教育部・講師

研究者番号：20286842

研究分野：離散スペクトル幾何・確率論

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：グラフ, 酔歩, ラプラシアン, スペクトル幾何, 被覆時間

1. 研究計画の概要

有限グラフ上の酔歩の被覆時間(全ての頂点を訪問するのにかかる最短時間の期待値)は、グラフ上の各種作用素のスペクトル構造やグラフの幾何構造といった諸性質とおおに関係しているため、ネットワークの信頼性や効率性への貢献といった応用のみならず、純粋数学としても興味深い対象となっている。本研究では被覆時間を支配するグラフの幾何およびスペクトル構造に重点を置くが、つまりは、酔歩の挙動・スペクトル構造・幾何構造それぞれの果す役割とそれらの相関関係の解明を目的としている。さらには離散スペクトル幾何での解析を連続モデルである多様体でのスペクトル幾何への応用までも目論んでいる。

2. 研究の進捗状況

代表者の研究分野内外のさまざまな研究者との議論討論をすることで様々な知見を得るとともに、時には共同研究、また計算機でのシミュレーションを参考にしながら研究を遂行している。

(1)「グラフの幾何とスペクトル構造」有限グラフの極大可換被覆上のラプラス作用素のスペクトルに対して、その"固有値非存在性"や"充足性"は、グラフの持つ組合せ的性質などによって制御可能ということを解明してきたが、より広い族の有限グラフについて拡張可能という予想を解決すべくより離散的性質に注目しながら研究を遂行してきた。結果の一部は *European J. Combin.* で発表されている。

(2)「特殊な幾何構造をもつグラフにおける被覆時間の解析」サイクルを持たないという特殊な構造を持つ木においてすら、未だ顕著な結果が存在しない被覆時間の解析に関して、白井・大輪両氏とともに、木の部分族 *spider graph* における酔歩の被覆時間および被覆完了時の到達頂点の分布に関する詳細な計算を、グラフの幾何構造とスペクトル構造に注目することによって成し遂げた。当結果は *Journal of Math-for-Industry* で発表されている。

(3)「無限木における有限の台を持つポテンシャルによる摂動と発生固有値の解析」木の上のラプラス作用素に対して、小栗栖氏らと1次元格子上で有限の台をもつポテンシャル、および安藤氏とは正則木上で多少限定されたポテンシャルという摂動を行ったときのスペクトルの変化を、離散独自の構造とスペクトル解析を併わせることで成功した。どちらも有限個の孤立固有値のみが生じ、さらにその個数や強さ、出現鋭敏性と、ポテンシャルの強度との詳細な関係が得られた。当結果はそれぞれ、*Linear Multilinear Algebra* および *Linear Algebra Appl.* で発表されている。

3. 現在までの達成度

(2)おおむね順調に進展している

(理由)

特殊な幾何構造を持つ *spider graph* に限定したものとはいえ、酔歩の被覆時間および被覆完了時の到達頂点の分布に関する詳細な計算を、九州大学の白井・大輪両氏

と成し遂げられたことは、複雑な構造をもつ被覆時間に対しては期待以上の成果である。さらにスペクトル幾何に対しても、物性物理で見られる金属半導体遷移と強く関連する構造の数学的記述などにも取り組み始めたことを含めて、多彩な視点からの解析に従事できていると自負出来ている。以上のことから上記のように判断するものである。

4. 今後の研究の推進方策

より一般のクラスの木の被覆時間について詳細な解析をなすためには、現在手持ちのスペクトル幾何情報だけでは制御不能ということが判明しつつある。よって一旦重点をグラフの幾何構造とスペクトル構造のより詳細な特徴付けに置き、そこで得られる新たな情報を得てから被覆時間との相関に戻るつもりである。具体的な計画としては、「半導体」に近いモデルである無限グラフ、例えば、有限正則2部グラフの極大可換被覆グラフ、での「Fermi level」に対応する場所の状態密度関数の具体的な記述などがある。状態密度関数とグラフの幾何を明らかにしていくことは、従来より未解決となっている“Full Spectrum Conjecture”やそれに付随する各種性質を解明する方向にも繋り、したがって懸案となっている問題への解決の鍵となっている。多彩な切り口でアプローチしていくためにも、様々な研究者との議論を通して、広い見識を得ながら本研究を遂行していくつもりである。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

1. Yu. HIGUCHI, T. MATSUMOTO and O. OGURISU, On the spectrum of a discrete Laplacian on $\{\mathbb{Z}\}$ with finitely supported potential, Linear Multilinear Algebra, 査読有, In press.

2. Yu. HIGUCHI, T. OHWA and T. SHIRAI, Exact computation for the cover times of certain classes of trees, Journal of Math-for-Industry, 査読有, 2(2010A-9), 2010, pp. 93-98.

3. K. ANDO and Yu. HIGUCHI, On the spectrum of Schroedinger operators with a finitely supported potential on the d-regular tree, Linear Algebra Appl., 査読有, 431, 2009, pp. 1940-1951.

4. Yu. HIGUCHI and Y. NOMURA, Spectral structure of the Laplacian on a covering graph, European J. Combin., 査読有, 30, 2009, pp. 570-585.

5. Yu. HIGUCHI and Y. NOMURA, Non-separating 2-factor of an even regular graph, Discrete Math., 査読有, 308, 2008, pp. 5538-5547.

[学会発表] (計5件)

1. 樋口雄介; Spectral structure of the Laplacian on a covering graph, Crest セミナー / 応用数学連携フォーラム第16回ワークショップ, 2011年01月21日, 東北大学(宮城県).

2. 樋口雄介; Metal-Insulator-Transition for Maximal Abel Cover Graphs, 第22回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2010年11月13日, 横浜国立大学(神奈川県).

3. 樋口雄介; 双曲的無限グラフのスペクトルを巡る話題, 研究会「多様体上での微分方程式」, 2009年10月29日, 富山・呉羽ハイツ(富山県).

4. 樋口雄介; 周期構造を持つグラフにおける摂動された離散ラプラス作用素のスペクトル, 応用数学合同研究集会 離散系・解析系合同セッション, 2008年12月16日, 龍谷大学(滋賀県).

5. 安藤和典, 樋口雄介; 有限個のポテンシャルを伴う正則木上のシュレディンガー作用素のスペクトル, 日本数学会秋季総合分科会函数解析学分会, 2008年09月26日, 東京工業大学(東京都).