

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 12 日現在

機関番号：32678

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2012

課題番号：20540140

研究課題名（和文）対称統計量の漸近理論を用いた時系列解析における変化点分析の研究

研究課題名（英文）Change-point analysis for time series using asymptotic theory for symmetric statistics

研究代表者

金川秀也（KANAGAWA SHUYA）

東京都市大学・知識工学部・教授

研究者番号：50185899

研究成果の概要（和文）：数理ファイナンスのようなランダムデータの時系列解析において、データの基本的な性質が変化した時点（change-point）を発見することは、その後の迅速な戦略の変更のために必要不可欠である。本研究ではこの目的のために時系列におけるパラメータの変化点を推定する方法について研究した。本研究のために、クラメル・フォンミーゼス統計量など多くの重要なノンパラメトリック統計量を含む対称統計量について、特に従属性を持つ場合に対する研究を行った。

研究成果の概要（英文）：The aim of the research is to consider an estimation of the change-point for a sequence of random variables satisfies not only independence but also some mixing condition from the next reason. Even if these random variables of the sequence are independent, there possibly exists a regression between them. Especially if they are sequences of linear time series e.g. moving average processes, they satisfy some mixing condition under the assumptions for their coefficients. We consider not only SDE driven by a Brownian motion but also by a process with stationary increments from the viewpoints of time series analysis for mathematical finance. For example, when we observe two data series of returns for different stocks, it is important to find the regression between two stocks.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：確率論・数理統計学・金融工学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：変化点解析、混合性、U-統計量、確率微分方程式、数理ファイナンス

### 1. 研究開始当初の背景

従来の変化点の研究は主に確率変数列の期待値や分散の変化や分布そのものの変化を調べるものであった。しかしながら GARCH モデルのような数多くのパラメータを用いて極めて複雑な漸化式で定義される時系列モデルを取り扱う場合は、単に時系列データにおける分布や期待値の変化点を調べるだけでは不十分で、時系列を構成するモデルにおける複数のパラメータの中でどのパラメータが変化したかを特定する必要があった。一方、多くのパラメータの中の一部の変化が分布全体に、あるいは期待値や分散の変化に直ちに強い影響を及ぼすとは限らず、そのために単に分布や期待値を調べるだけの従来の方法では時系列モデルにおける各パラメータの変化に鋭く反応できず、この問題を解決する必要があった。

### 2. 研究の目的

数理ファイナンスのようなランダムデータの時系列解析において、データの基本的な性質が変化した時点 (change-point) を発見することは、その後の迅速な戦略の変更のために必要不可欠であり、この目的のために時系列におけるパラメータの変化点を推定する方法について研究する。ここでの時系列は、AR モデルのような古典的な線形モデルだけでなく、ARCH モデル、GARCH モデルのようなボラティリティ変動モデルや確率微分方程式で表される時系列データも含まれ、これらのパラメータの変化点について考察する。

### 3. 研究の方法

本研究代表者は既に 1997 年、J. Nonparametric Statistics において弱従属

確率変数列に対する Darkhovskh 型変化点推定量を用いて、時系列データにランダムなノイズが混入した時点を推定する方法について研究している。さらに横浜国立大学名誉教授 吉原健一氏との共著論文では、Darkhovskh 型変化点推定量とは、観測された  $n$  個の時系列データ  $\{X_1^n, X_2^n, \dots, X_n^n\}$  と適切に

選ばれた核関数  $K(x, y)$  に対して、統計量

$$r_n(t) = n^{-2} \sum_{i=[nt]+1}^n \sum_{j=1}^{[nt]} K(X_i^n, X_j^n), \quad 0 < t < 1$$
 に最

大値あるいは最小値を与える時点  $t$  をその推定値とするノンパラメトリック推定量  $\theta_n$  である。 $r_n(t)$  は対称統計量の代表的な統計量で

ある U-統計量と形が似ており、U-統計量に関する漸近理論が応用できる。本研究における独創的な手法は、まず時系列モデルをその複雑な形のまま扱うだけでなく、時系列モデルと従属性の関係、特に混合性に注目し、研究代表者が既に混合性の条件の下で得られた従来の結果、特に U-統計量などの対称統計量に関する成果を適用することである。第 2 点は Darkhovskh 型変化点推定量をパラメータ変化点推定に応用し、従来の方法よりより精度の高い推定及び検定を行うためにその漸近的な性質を詳しく研究することである。

### 4. 研究成果

(1) 本研究の応用の一つとして、ファジィ理論に基づく曖昧なデータのクラスター分析における最適クラスターの決定方について研究し、AIC を用いた方法を提案した。この方法は時系列を大きな変化の少ないクラスターに分解するこ

とで、変化点解析にも応用できると考えられる。この研究成果は International Journal of Innovative Computing, Information and Control (2008) に発表された。

(2) ARCH モデル、GARCH モデルのようなボラティリティ変動モデルや確率微分方程式で表される時系列データも含まれ、これらのパラメータの変化点について考察した。この成果について次の論文を発表した。

Change-point problems in nonlinear regression estimation with dependent observations, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. 本研究のために、クラメール・フォンミーゼス統計量など多くの重要なノンパラメトリック統計量を含む対称統計量について考察した。特に独立性を持つ確率変数列に対する  $U$ -,  $V$ -統計量の漸近的な性質は従来から詳細に調べられてきたが、本研究では時系列解析への応用のために、特に従属性を持つ場合について研究を行った。

(3) バイクロマチック波動方程式とその法絡線の性質について研究を行った。研究成果は Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol. 58 (2009) 及び Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, Vol. 71 (2009) に発表された。これらの結果を拡張して、バイクロマチック波動方程式にランダムノイズが混入した場合に、観測結果から混入した時期を本研究課題である統計的変化点解析を用いて調べる方法について研究を行っている。

(4) 変化点解析は株価などの経済時系列解析に対して有用である。Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol. 60 (2011) に発表した論文では、反射壁ブラウン運動を変

形した準反射壁ブラウン運動を用いて行動ファイナンス理論に基づく株価数理モデルを構成し、トレンドの変化点解析に応用した。本研究の応用の一つとして、ファジィ理論に基づく曖昧なデータの最適クラスターの決定方について研究し、AIC を用いた方法を提案した。この方法は時系列を大きな変化の少ないクラスターに分解することで、変化点解析にも応用できると考えられる。

##### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 (計 12 件)

① Euler-Maruyama Approximation of the Reflecting Ornstein-Uhlenbeck Process Using the Penalty Method, S. Kanagawa, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol. 61 (2012), pp. 207-214.

② Fuzzy Node Fuzzy Graph Analysis Applying T-norm, H. Uesu, S. Kanagawa, Biomedical Soft Computing and Human Sciences, 査読有, Vol. 16, (2012), pp. 63-68.

③ Limit theorems of  $U$ -statistics for weakly dependent random variables and their applications to change-point problems, K. Yoshihara, S. Kanagawa and S. Fukuda, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol. 60 (2011), pp. 399-418.

④ Edgeworth expansion for the kernel quantile estimator, Y. Maesono, and S. Penev, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 査読有, Vol. 63, (2011), pp. 617-644.

⑤ Mean squared errors of bootstrap variance estimators for  $U$ -statistics, M. Mizuno and Y. Maesono, Bulletin of Informatics and Cybernetics, 査読有, Vol. 43, (2011), pp. 67-82

⑥ Approximated Solutions of Schrodinger

equations induced from multi-dimensional nearly monochromatic waves, S. Kanagawa, T. Nitta and K. Tchizawa, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol.59 (2010), pp.153-161.

⑦ Mathematical observations on the relation between eclosion periods and the copulation rate of cicadas, Y. Saisho, Mathematical Biosciences and Engineering, 査読有, Vol.7 (2010), pp. 443-453.

⑧ Solutions of Ginzburg-Landau equations induced from multi-dimensional bichromatic waves and some examples of their envelope functions, S. Kanagawa, K. Tchizawa and T. Nitta, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol.58 (2009), pp.71-78.

⑨ Ginzburg-Landau equations induced from multi-dimensional bichromatic waves, S. Kanagawa, K. Tchizawa and T. Nitta, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 査読有, Vol.71 (2009), pp. e2258-e2266.

⑩ Change-point problems in nonlinear regression estimation with dependent observations, K. Yoshihara and S. Kanagawa, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, Vol.71 (2009), 査読有, pp. e2152- e2163.

⑪ Numerical Analysis of reflecting Brownian motion and a new model of semi-reflecting Brownian motion with some domains, S. Kanagawa, Communications in Applied Analysis, 査読有, Vol.13, (2009), pp.231-244.

⑫ Fuzzy Clustering Level Analysis via Statistical Scheme Applying Akaike's Information Criterion, S. Kanagawa and K.

Shinkai, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 査読有, Vol.4, (2008), pp.2523-2531.

[学会発表] (計6件)

① Limit Theorems for Hilbert Space Valued Random Variables and their Applications to Investigation of Asymptotic Behaviors of Symmetric Statistics, S. Kanagawa, The 8th International Conference on Differential Equations and Dynamical Systems, 2012年8月1-4, ウォタールー, カナダ (招待講演)

② A model of stock prices using a multi-dimensional reflecting Brownian motion described by the Skorohod SDE, S. Kanagawa, AMS Sectional Meeting #1079, 2012年3月10-11, タンパ, アメリカ合衆国 (招待講演)

③ Approximated solution of Ginzburg-Landau equation induced from nearly bichromatic wave, S. Kanagawa, K. Tchizawa and T. Nitta, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2010年5月25-28, ドレスデン, ドイツ (招待講演)

④ A New Model Using A Semi-Reflecting Brownian Motion and its Application to Behavioral Finance, S. Kanagawa, The Fourth International Conference on Neural, Parallel & Scientific Computations, 2010年8月11-14, アトランタ, アメリカ合衆国 (招待講演)

⑤ Change-point problems for coefficients of stochastic differential equations driven by stationary increments processes, S. Kanagawa, K. Yoshihara, The 6th International Conference On Differential

Equations and Dynamical Systems, 2008 年  
5 月 22～26, ボルチモア, アメリカ合衆国  
(招待講演)

⑥ Change-point problems in regression  
estimation with dependent observations, S.  
Kanagawa and K. Yoshihara, World Congress  
of Nonlinear Analysts 2008, 2008 年 7 月  
2～9, オランダ, アメリカ合衆国 (招待  
講演)

[図書] (計 1 件)

山下元、瀧澤武信、金川秀也、他、共立出版、  
ファジィ理論 -基礎と応用-, 2010、25

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

日本知能情報ファジィ学会著述賞受章、2011  
年度、共立出版、ファジィ理論 -基礎と応用 -

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金川 秀也 (KANAGAWA SHUYA)  
東京都市大学・知識工学部・教授  
研究者番号：50185899

### (2) 研究分担者

前園 宣彦 (MAEZONO NOBUHIKO)  
九州大学・大学院数理学研究科・教授  
研究者番号：30173701

### (3) 研究分担者

税所 康正 (SAISHO YASUMASA)  
広島大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号：70195973