

自己評価報告書

平成23年 4月 14日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540149

研究課題名 (和文) 多重線形調和解析とその応用の研究

研究課題名 (英文) Research on multilinear harmonic analysis and its applications

研究代表者

立澤 一哉 (TACHIZAWA KAZUYA)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：80227090

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：調和解析 多重線形 ウェーブレット

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、ウェーブレットによる多重線形カルデロン-ジグムント作用素の理論の構築とその応用である。特に多重線形カルデロンジグムント作用素の重み付き関数空間あるいはトリーベル-リゾルキン空間における有界性について調べ、その結果を用いて正則性の仮定を緩めた解析の諸問題への応用を研究する。

2. 研究の進捗状況

多重線形作用素の例として、多重線形擬微分作用素の研究を行った。特に幾つかのヒルベルト空間の積空間上において、多重線形擬微分作用素がシャッテン-フォンノイマンクラスに属するための、表象の条件を求めた。この研究には、研究代表者が以前研究していた擬微分作用素の特異値の評価において用いた手法、すなわちウィルソン基底やガボールフレームの理論が用いられる。これにより、作用素の表象の遠方での減少の様子を調べることにより、作用素の属するクラスを判定できる。また関連して通常の擬微分作用素の特異値の評価も研究し、作用素がデクスミエクラスに属するための表象の条件を得た。これはコンヌの非可換幾何学における量子化との関連から、興味深い結果である。

また本研究においては、重み付きヘルツ空間のウェーブレットによる特徴付けを与えた。同様の重み付きヘルツ空間についてのベクトル値型不等式については、Tang-Yangの結果があるが、彼らの結果には誤りがある。そこで本研究では、彼らの結果を修正した形で、重み付きヘルツ空間のウェーブレットによる特徴付けを与えた。

またさらに重み付き L_p 空間のウェーブレ

ットによる特徴付けを用いて、ベッセルポテンシャルに関する Sobolev-Lieb-Thirring 不等式を証明した。この証明で用いられる手法は、通常のウェーブレットによる関数空間の特徴付けだけではなく、スケーリング関数も同時に用いる形のものである。

3. 現在までの達成度

③ やや遅れている。

(理由)

多重線形作用素の例としての多重線形擬微分作用素の研究に時間をとられ、本来の目的である多重線形カルデロン-ジグムント作用素の研究が、まだ十分に進展していない。

4. 今後の研究の推進方策

今後は多重線形カルデロン-ジグムント作用素の研究を重点的に行い、様々な重み付き関数空間における作用素の有界性や、高次交換子の有界性への応用、あるいは加藤のスクエアルート問題への応用などを研究する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

① Kazuya Tachizawa, Wavelet characterization of weighted spaces, RIMS Kokyuroku Bessatsu, B22, 61—70, 2010, 査読有

② Mitsuo Izuki and Kazuya Tachizawa, Wavelet characterizations of weighted Herz spaces, Scientiae Mathematicae Japonicae, 67(3), 353—363, 2008, 査読有

- ③ Toshio Horiuchi, Kato's inequalities for degenerate quasilinear elliptic operators, *Kyungpook Mathematical Journal*, 48(1), 15—24, 2008, 査読有

[学会発表] (計 1 件)

- ① Kazuya Tachizawa, Schatten-von Neumann classes of pseudodifferential operators, 研究会 Harmonic Analysis and its Applications at Tokyo 2008, 2008年10月11日, 首都大学東京