

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 6 日現在

機関番号：11501

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008 ～ 2012

課題番号：20540152

研究課題名（和文） 定値および不定値内積空間上の作用素の幾何構造解析

研究課題名（英文） Analysis on geometric structures of operators in definite or indefinite inner product spaces

研究代表者 佐野 隆志（SANO TAKASHI）
山形大学・理学部・准教授

研究者番号：20250912

研究分野：作用素論、行列解析

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：行列解析、作用素、作用素論、作用素不等式、作用素環論

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、正定値行列空間の幾何構造解析や不定値内積空間上の作用素構造研究であり、それらの研究に関わる諸々の行列解析を行う。

2. 研究の進捗状況

(1) R. Bhatia 教授との共同研究として、レウナー行列の条件付負性が作用素凸性に、また条件付正性が作用素凸関数の t 倍に対応することを論文発表した。この結果の応用として、レウナー行列の固有値分布（正・負・ゼロ）数を決定し、 r 乗（ $0 < r < 1$ ）に対応するレウナー行列の無限分解可能性の初等的証明や、作用素凸関数の逆が作用素単調である（安藤の結果）ことの別証明をレウナー行列の解析により与えた。また Kwong 行列の解析も同様の手法で行った。

(2) ヤングの意味で互いに共役な関数の組に対するヤング不等式に着目して、正線形汎関数の中でトレースを特徴づけるという論文を大学院修士生と著した。

(3) R. Bhatia 教授との共同研究の続きとして、(1)に関連する内容で、関数 $f(t) = t^p$ のレウナー行列の正定値性や条件付き負・正性などの初等的な証明や、作用素凸性が一般には条件付き負性を意味しないことを示した。

(4) 内山敦氏との共同研究では、安藤による数域半径的縮小作用素の特徴づけを用い、Stampfli の結果の初等的な証明を与えた。

(5) 日中文雄氏との共同研究は、(1)(2)の結果および内山充氏による一般化に対し、行列サイズに依存する諸条件の関係の詳細な議論を行った。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。定値内積空間上の解析については、想定外の十分な進展を得ている。がゆえに、不定値内積空間上の研究を行えていない。

4. 今後の研究の推進方策

(1) Bhatia 氏との共同研究から始まったレウナー行列に関する解析の継続
(2) 正行列空間の構造解析に関わる、井ノ口氏・院生との共同研究の推進
(3) 行列解析・量子情報理論研究での進展に関わる研究準備

5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 4 件)

R. Bhatia, T.Sano, Positivity and conditional positivity of Loewner matrices, Positivity, 14, 421-430, 2010 査読有

T. Sano, A. Uchiyama, Numerical radius and unitarity, Acta Sci. Math. (Szeged), 76, 581-584, 2010 査読有

R. Bhatia, T.Sano, Loewner matrices and operator convexity, Math. Annalen, 344, 703-716, 2009 査読有
K, Cho, T.Sano, Young's inequality and trace, Linear Algebra and its Application, 431, 1218-1222, 2009 査読有

〔学会発表〕(計 7 件)

日高 知佳良、佐野 隆志、Kwong 行列について、研究集会「バナッハ空間論の研究とその周辺」、2011/2/14 京都大学数理解析研究所

佐野 隆志、Loewner 行列について、作用素論・作用素環論研究集会、2010/11/13 東京理科大学

佐野 隆志、行列凸性や行列単調性とレウナー行列、研究集会「作用素論における非可換構造とその応用」、2010/10/29 京都大学数理解析研究所

佐野 隆志、Loewner matrices and matrix convexity, 16th Conference of the International Linear Algebra Society、2010/6/22、イタリア・ピサ

佐野 隆志、Operator monotone functions and Loewner matrices, ICTP Summer School and Advanced Workshop on Trends and Developments in Linear Algebra、2009/6/29、イタリア・トリエステ

佐野 隆志、Loewner 行列について、日本数学会東北支部会特別講演、2009/2/21、東北大学

佐野 隆志、Matrix inequalities and trace、インド・ラマニユジャン数学会、2008/5/21、インド・カンプール

〔図書〕(計 1 件)

マトリックスの世界(共立出版)、佐野 隆志、2009、178 + xi ページ

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕