

## 自己評価報告書

平成23年 3月30日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540155

研究課題名（和文）双曲型方程式の超局所構造の解析とコーシー問題が適切となる双曲型方程式の特徴付け

研究課題名（英文）Analysis of microlocal structure of hyperbolic equations and characterization of hyperbolic equations for which the Cauchy problem is well-posed

研究代表者

若林 誠一郎 (WAKABAYASHI SEIICHIRO)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・教授

研究者番号：10015894

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：双曲型作用素、コーシー問題、 $C^\infty$ 適切性、2階双曲型方程式

## 1. 研究計画の概要

(1) 係数が時間変数のみに依存する2階双曲型方程式に対して、さらに係数が実解析的で空間次元2次元、または係数が半代数関数を仮定して、そのコーシー問題が $C^\infty$ 適切になるための必要十分条件を与え・証明する。

(2) (1) で得た結果を改良・一般化することを考える。

(3) 係数が時間変数のみに依存する2階双曲型方程式で、係数が実解析的でなく無限次の退化をも許す場合に、(1) で得た十分条件をこの場合に拡張することを考える。

(4) 一般の変係数2階双曲型方程式に対して、時間関数がLipschitz連続にとれない場合を考察する。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 主要部の係数が時間変数にのみ依存する2階双曲型作用素を考察して、主要部の係数が実解析的であると仮定して、そのコーシー問題が $C^\infty$ 適切になるための十分条件を得た。ここで得られた結果は、本研究で目指していた結果より1歩先を行くものであり、本研究を一段階上に進めるものである。

(2) 主要部の係数が実解析的で空間次元が2の場合に（時間・空間あわせて3次元）、 $C^\infty$ 適切であるための必要十分条件を得た。また、主要部の係数が時間変数の半代数関数（例えば多項式）であるときにも、 $C^\infty$ 適切であるための必要十分条件を得た。

(3) 空間次元が3以上で主要部の係数が半代数関数でないとき、不十分ではあるが、滑らかな固有ベクトルを用いて2次形式が表

現できることに注意して、 $C^\infty$ 適切であるためのいくつかの必要条件を得た。

(4) (1)、(2)の結果を2重特性的な高階双曲型方程式に拡張することを考えて、いくつかの基本的な結果を得た。但し結果をきれいな形で与えることは今後の課題である。

(5) (1)の問題に対して解の特異性の伝播について考察し、特異性がbroken null bicharacteristicsに沿って伝播することを示した。

(1)、(2)、(3)の結果を、タイトル

On the Cauchy problem for second-order hyperbolic operators with the coefficients of their principal parts depending only on the time variable  
の論文としてまとめて現在投稿中である。

## 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。

(理由)

研究計画の概要の(1)、(2)については想定していた以上の結果を得た。(3)、(4)については本研究での解決を目指しているものでなく、解決のための手法・方法の開発が主目的であった。(1)、(2)の研究を通して、糸口は得られたと考えている。

## 4. 今後の研究の推進方策

主要部の係数が時間変数にのみ依存する2階の双曲型作用素に対してはほぼ満足のいく結果が得られたので、本研究で得られた手法を進展させて、高階の双曲型作用素に対

するコーシー問題の $C^\infty$ 適切性の特徴付けに向けて研究を推し進める。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- ① 若林誠一郎、On the Cauchy problem for hyperbolic operators of second order whose coefficients depends only on the time variable, J. Math. Soc. Japan, vol. 62 no. 1, 95-133, 2010年. 査読有り
- ② 若林誠一郎、On the Cauchy problem for hyperbolic operators with nearly constant coefficient principal part, Funkcialaj Ekvacioj, vol. 51 no. 3, 395-430, 2008年. 査読有り

[学会発表] (計6件)

- ① 若林誠一郎、Singularities of solutions to the Cauchy problem for second-order hyperbolic operators with the coefficients of their principal parts depending only on the time variable, 第26回松山キャンプ, 2011年1月8日, 龍谷大学セミナーハウス「ともいき荘」(京都)
- ② 若林誠一郎、On the Cauchy problem for second-order hyperbolic operators with the coefficients of their principal parts depending only on the time variable, 第8回AIMS, 2010年5月27日, Dresden University of Technology (Germany)
- ③ 若林誠一郎、On the Cauchy problem for second-order hyperbolic operators with the coefficients of their principal parts depending only on the time variable, 名古屋微分方程式研究集会, 2010年3月16日, 名古屋大学理学研究科
- ④ 若林誠一郎、On the Cauchy problem for second-order hyperbolic operators with the coefficients of their prin-

cipal parts depending only on the time variable, 研究集会「Linear and nonlinear waves」, 2009年11月4日, ピアザ淡海(大津)

- ⑤ 若林誠一郎、On the Cauchy problem for hyperbolic operators of second order whose coefficients depend only on the time variable, 京都大学数理解析研究所研究集会「超局所解析とその周辺」, 2009年10月19日, 関西学院大学梅田キャンパス
- ⑥ 若林誠一郎、On second order hyperbolic operators of three independent variables whose coefficients depend only on the time variable, 第24回松山キャンプ, 2009年3月15日, 山口大学

[その他]

ホームページ

<http://www.math.tsukuba.ac.jp/~wkbysh/>