

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 14 日現在

機関番号：13201

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2012

課題番号：20540159

研究課題名 (和文) 偏微分方程式の解の零点に関する振動理論の統一的体系の確立

研究課題名 (英文) Establishment of unified system of oscillation theory for zeros of solutions to partial differential equations

研究代表者

吉田 範夫 (YOSHIDA NORIO)

富山大学・大学院理工学研究部 (理学)・教授

研究者番号：80033934

研究分野：微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：偏微分方程式, 振動理論, 零点
定性的理論

1. 研究計画の概要

偏微分方程式の解の零点の存在, 分布状況などを研究する振動理論の新しい進展を得ると同時に, 従来の振動理論に不足している分野を充実発展させて, 振動理論の統一的体系の確立を目指す. 特に, ピコネ等式と呼ばれる等式を確立して, それを用いてシュルム型比較定理を樹立することと, 関数変数微分方程式の振動理論を発展させることが主要な研究概要である.

2. 研究の進捗状況

シュルム型比較定理については, p -ラプラシアンを持つ半分線形楕円型方程式に対しては, 減衰項と呼ばれる 1 階偏導関数を持つ場合, 外力項を持つ場合, 非線形項が優線形, 劣線形である場合について, 重要な結果が得られた. また, 今までの方程式を含むような, 係数が行列である場合に対しても, ピコネ等式が得られ, それをもとに, シュルム型比較定理, 振動理論が確立された. 関数変数偏微分方程式については, 双曲型方程式で優線形の場合にリッカチの方法を用いることにより, 振動結果が得られた.

3. 現在までの達成度

「① 当初の計画以上に進展している」

p -ラプラシアンを持つ半分線形楕円型方程式及び, それを更に拡張した楕円型方程式については, かなり良い線の方向で研究が進展した. また, 関数変数偏微分方程式については, 優線形の場合はある程度満足のいく結果が得られたが, 未だ残された課題は大きいものがある.

ただし, リッカチの方法を用いるという方策

は十分に確立されたものと考えられる. これは, 一つの大きな成果である.

4. 今後の研究の推進方策

p -ラプラシアンを持つ半分線形楕円型方程式を主な研究対象としてきたが, その過程で更に一般的な $p(x)$ -ラプラシアンを持つ場合が問題となってきた. 解の構造はかなり複雑になるが, 何とか研究方策が見つかったので, 今後の研究の推進方向である. また, 関数変数偏微分方程式の研究については, より一般的な非線形項, 即ち, 優線形と劣線形の両方を持つ双曲型方程式に対して, リッカチの方法を用いて振動理論を構築するのが今後の研究目的である.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Jelena Manojlovic, Yutaka Shoukaku, Tomoyuki Tanigawa and Norio Yoshida, Oscillatory behavior of second order neutral differential equations with positive and negative coefficients, Applications and Applied Mathematics, (査読有), 3 (2008), 1-17.
- ② Norio Yoshida, Sturmian comparison and oscillation theorems for a class of half-linear elliptic equations, Nonlinear Analysis, (査読有), 71(2009), e1354-e1359.
- ③ Norio Yoshida, A Picone identity for half-linear

elliptic equations and its applications to oscillation theory, *Nonlinear Analysis*, (査読有), 71 (2009), 4935-4951.

- ④ Norio Yoshida, Forced oscillation criteria for superlinear-sublinear elliptic equations via Picone-type inequality, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, (査読有), 363 (2010), 711-717.
- ⑤ Norio Yoshida, Forced oscillations of half-linear elliptic equations via Picone-type inequality, (査読有), *International Journal of Differential Equations*, 2010, Art. ID 520486, 9 pages.
- ⑥ Yutaka Shoukaku and Norio Yoshida, Oscillations of nonlinear hyperbolic equations with functional arguments via Riccati method, *Applied Mathematics and Computation*, (査読有), 217 (2010), 143-151.

[学会発表] (計 9 件)

- ① Norio Yoshida, Sturmian comparison and oscillation theorems for a class of half-linear elliptic equations, *The Fifth World Congress of Nonlinear Analysts*, 2008 年 7 月 3 日, Hyatt Grand Cypress Resort, Orlando, Florida, USA.
- ② 吉田範夫, 半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式とその応用, 富山解析セミナー 2008, 2008 年 10 月 4 日, 富山大学理学部数学科.
- ③ 小林久壽雄, 最終型粒子の分布について 富山解析セミナー 2008, 2008 年 10 月 4 日, 富山大学理学部数学科.
- ④ 吉田範夫, 或る半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と Sturm 型比較定理, 広島大学における微分方程式セミナー (通算第 3 2 回), 2009 年 8 月 31 日, 広島大学東千田キャンパス.
- ⑤ 吉田範夫, 半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と Sturm 型比較定理への応用,

富山解析セミナー 2009, 2009 年 10 月 3 日, 富山大学理学部数学科.

- ⑥ 小林久壽雄, ある分枝過程の極限について, 富山解析セミナー 2009, 2009 年 10 月 3 日, 富山大学理学部数学科.
- ⑦ 吉田範夫, 或る半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と振動定理, 振動理論ワークショップ-倉敷 2010, 2010 年 2 月 11 日, 岡山理科大学国際交流センター.
- ⑧ 小林久壽雄, 時間遅れと分枝過程, 富山解析セミナー 2010, 富山大学理学部数学科.
- ⑨ 吉田範夫, Picone 等式と Sturm 型比較定理, 富山解析セミナー 2010, 2010 年 10 月 2 日, 富山大学理学部数学科.

[図書] (計 1 件)

- ① Norio Yoshida, *Oscillation Theory of Partial Differential Equations*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2008.