

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年4月1日現在

機関番号：13201

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2012

課題番号：20540159

研究課題名（和文） 偏微分方程式の解の零点に関する振動理論の統一的体系の確立

研究課題名（英文） Establishment of unified system of oscillation theory concerning zeros of solutions of partial differential equations

研究代表者

吉田 範夫 (YOSHIDA NORIO)

富山大学・大学院理工学研究部（理学）・教授

研究者番号：80033934

研究成果の概要（和文）：半分線形楕円型方程式で主要部が p -ラプラシアンである場合に就いては、従来の様々な型の方程式を含む統一的な Picone 等式が確立出来、更に、Sturm 型比較定理、振動定理を得ることが出来て、統一的体系は完成したと思われる。また、研究途中で、更に一般的な $p(x)$ -ラプラシアンを主要部に持つような方程式の研究が進み、その方面に対しても大きな研究成果が得られた。関数変数双曲型方程式に対しても、より一般的な方程式について Riccati の方法を用いることにより、すべての解が振動するための十分条件が得られた。

研究成果の概要（英文）：For half-linear elliptic equations with p -Laplacian we established Picone identities, and moreover, Sturmian comparison theorems and oscillation theorems, and so it seems that we completed the unified system. Furthermore, we proceeded to study about equations with $p(x)$ -Laplacians for which we could get great oscillation results. We could obtain sufficient conditions for every solution of functional hyperbolic equations of more general type to oscillate.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：振動理論，偏微分方程式，零点，Picone 等式，Sturm 型比較定理

1. 研究開始当初の背景

従来は様々な種類の楕円型方程式に対して、個別に Picone 等式が確立され、それらを用いて、Sturm 型比較定理、振動定理が得られてきた。最初は常微分方程式に始まった結果を楕円型方程式を含む偏微分方程式

に拡張しようという試みから出発した。その意味で、研究開始当初は偏微分方程式の振動理論は産声を上げたばかりであった。大きく振動理論を進展させるためには、それらを統一的に扱い、正に振動理論を創り上げる必要があった。様々な研究者が、楕円型方程式、

放物型方程式, 双曲型方程式に対して, いろいろなアプローチから理論を創ってきた. しかし, 未だばらばらで, まとまった理論とは言えなかった. まずは, 手始めに, 楕円型方程式に対する **Picone** 等式を手掛かりに出発することは順当である. その理由は, 当初の振動結果は殆どが, **Picone** 等式を確立することから始まって, 理論を構成したからである.

2. 研究の目的

偏微分方程式の解の零点の存在, 分布状況などを研究する振動理論の新しい進展を得ると同時に, 従来の振動理論に不足している分野を充実発展させ, それらをすべて構成し直して, 振動理論の統一的体系の確立を目的とする. 特に, **Picone** 等式と呼ばれる等式を中心に, それを用いて Sturm 型比較定理を確立することと, 関数変数偏微分方程式の振動理論を発展させることが主要な研究概要である.

3. 研究の方法

一番重要なことは, 最新の研究成果を手に入れることである. そのためには, 研究集会に参加して, 最先端の結果を収集することが不可欠である. 従って, 国際研究集会, 国内の研究集会に参加して, 自らの研究成果を発表すると同時に, 活発な議論を通じて, 研究を推進した. 他の研究者の最新成果も聞くことが出来て, 研究に大いに役立った. 様々な研究者と交流するために, 出張を依頼してもらい, 十分な議論を行った. また, 自ら相手機関に赴いて, 研究打ち合わせを行い, 研究進展に大きく貢献することが出来た.

4. 研究成果

楕円型方程式に就いては, p -ラプラシアンを主要部に持つ場合, **Picone** 等式, Sturm 型比較定理, 振動定理の統一的理論はほぼ確立出来たと思われる. また, 研究途中で, $p(x)$ -ラプラシアンを主要部に持つ新しいクラスの方程式が現れてきて, それに対しても鋭意, 研究を推進して, かなりの部分まで, 統一的理論が完成したと思われる. 関数変数偏微分方程式に就いては, 関数変数を持つ双曲型方程式の振動理論は, Riccati の方法を適用することにより, 従来よりは良い結果が得られた.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

- ① Jelena Manojlovic, Yutaka Shoukaku, Tomoyuki Tanigawa and Norio Yoshida,

Oscillatory behavior of second order neutral differential equations with positive and negative coefficients, Applications and Applied Mathematics, (査読有), 3 (2008), 1-1.

- ② Norio Yoshida, Sturmian comparison and oscillation theorems for a class of half-linear elliptic equations, Nonlinear Analysis, (査読有), 71(2009), e1354-e1359.

- ③ Norio Yoshida, A Picone identity for half-linear elliptic equations and its applications to oscillation theory, Nonlinear Analysis, (査読有), 71 (2009), 4935-4951.

- ④ Norio Yoshida, Forced oscillation criteria for superlinear-sublinear elliptic equations via Picone-type inequality, Journal of Mathematical Analysis and Applications, (査読有), 363 (2010), 711-717.

- ⑤ Norio Yoshida, Forced oscillations of half-linear elliptic equations via Picone-type inequality, (査読有), International Journal of Differential Equations, 2010, Art. ID 520486, 9 pages.

- ⑥ Yutaka Shoukaku and Norio Yoshida, Oscillations of nonlinear hyperbolic equations with functional arguments via Riccati method, Applied Mathematics and Computation, (査読有), 217 (2010), 143-151.

- ⑦ Norio Yoshida, Sturmian comparison and oscillation theorems for quasilinear elliptic equations with mixed nonlinearities via Picone-type inequality, Toyama Mathematical Journal, (査読有), 33 (2010), 21-41.

- ⑧ Yutaka Shoukaku, Ioannis P. Stavroulakis and Norio Yoshida, Oscillation criteria for nonlinear neutral hyperbolic equations with functional arguments, Nonlinear Oscillations, (査読有), 14 (2011), 134-148.

- ⑨ Norio Yoshida, Oscillation criteria for half-linear elliptic inequalities with $p(x)$ -Laplacians via Riccati method, Nonlinear Analysis, (査読有),

- 74 (2011), 2563-2575.
- ⑩ Norio Yoshida, Picone identities for half-linear elliptic operators with $p(x)$ -Laplacians and applications to Sturmian comparison theory, *Nonlinear Analysis*, (査読有), 74 (2011), 5631-5642.
- ⑪ Norio Yoshida, Forced oscillation criteria for quasilinear elliptic inequalities with $p(x)$ -Laplacian via Riccati method, *Toyama Mathematical Journal*, (査読有), 34 (2011), 93-106.
- ⑫ Norio Yoshida, Picone-type inequality and Sturmian comparison theorems for quasilinear elliptic operators with $p(x)$ -Laplacians, *Electronic Journal of Differential Equations*, (査読有), 2012 (2012), No. 01, 1-9.
- ⑬ Yutaka Shoukaku and Norio Yoshida, Forced oscillation of hyperbolic equations with mixed nonlinearities, *Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations*, (査読有), 33 (2012), 1-13.
- ⑭ R. P. Agarwal, N. Izobov, I. Kiguradze, T. Kiguradze, A. Lomtadze, N. Partsvania, M. Perestyuk, N. Rozov, M. Tvrdy and Norio Yoshida, Eightieth Birthday anniversary of Kusano Takasi, *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physica*, (査読有), 57 (2012), 1-15.
- ⑮ Norio Yoshida, Oscillation for quasilinear elliptic equations with $p(x)$ -Laplacians in general domains, *Electronic Journal of Differential Equations*, (査読有), 2013 (2013), No. 21, 1-13.

[学会発表] (計 15 件)

- ① Norio Yoshida, Sturmian comparison and oscillation theorems for a class of half-linear elliptic equations, *The Fifth World Congress of Nonlinear Analysts*, 2008 年 7 月 3 日, Hyatt Grand Cypress Resort, Orlando, Florida, USA.
- ② 吉田範夫, 半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式とその応用, 富山解析セミナー 2008,

- 2008 年 10 月 4 日, 富山大学理学部数学科.
- ③ 小林久壽雄, 最終型粒子の分布について 富山解析セミナー 2008, 2008 年 10 月 4 日, 富山大学理学部数学科.
- ④ 吉田範夫, 或る半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と Sturm 型比較定理, 広島大学における微分方程式セミナー (通算第 32 回), 2009 年 8 月 31 日, 広島大学東千田キャンパス.
- ⑤ 吉田範夫, 半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と Sturm 型比較定理への応用, 富山解析セミナー 2009, 2009 年 10 月 3 日, 富山大学理学部数学科.
- ⑥ 小林久壽雄, ある分枝過程の極限について, 富山解析セミナー 2009, 2009 年 10 月 3 日, 富山大学理学部数学科.
- ⑦ 吉田範夫, 或る半分線形楕円型方程式に対する Picone 等式と振動定理, 振動理論ワークショップ-倉敷 2010, 2010 年 2 月 11 日, 岡山理科大学国際交流センター.
- ⑧ 小林久壽雄, 時間遅れと分枝過程, 富山解析セミナー 2010, 富山大学理学部数学科.
- ⑨ 吉田範夫, Picone 等式と Sturm 型比較定理, 富山解析セミナー 2010, 2010 年 10 月 2 日, 富山大学理学部数学科.
- ⑩ Norio Yoshida, Picone-type inequality and Sturmian Comparison theorems for quasilinear Elliptic operators with $p(x)$ -Laplacians, *Equadiff 2011*, 2011 年 8 月 1 日, Loughborough University, UK.
- ⑪ 吉田範夫, $p(x)$ -Laplacian を持つ半分線形楕円型方程式に対する振動定理- via Riccati method -, 岐阜大学における微分方程式セミナー, 2012 年 9 月 8 日, 岐阜大学柳戸キャンパス.
- ⑫ 吉田範夫, Picone 等式と Sturm 型比較定理への応

用,
富山解析セミナー 2011,
2011 年 10 月 8 日,
富山大学理学部数学科.

- ⑬ Norio Yoshida,
Picone identities and oscillation
theory for quasilinear elliptic
equations with $p(x)$ -Laplacians,
6th World Congress of Nonlinear
Analysts,
2012 年 6 月 26 日,
University of Athens, Greece.
- ⑭ 吉田範夫,
Picone identities for half-linear
elliptic equations with $p(x)$ -
Laplacians and applications,
RIMS 共同研究「異常拡散の数理」,
2011 年 7 月 17 日,
京都大学数理解析研究所.
- ⑮ Norio Yoshida,
Vibrations of Timoshenko beams with
Damping and forcing terms,
The IEEE International Conference on
Industrial Engineering and
Engineering Management,
2012 年 12 月 11 日,
Hong Kong Convention and Exhibition
Center, P. R. China.

[図書] (計 1 件)

- ① Norio Yoshida,
Oscillation Theory of Partial Differ-
ential Equations,
World Scientific Publishing Co. Pte.
Ltd., 2008.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 範夫 (YOSHIDA NORIO)
富山大学・大学院理工学研究部 (理学)・
教授
研究者番号: 80033934

(2) 研究分担者

小林 久壽雄 (KOBAYASHI KUSUO)
富山大学・大学院理工学研究部 (理学)・
教授
研究者番号: 70033925