

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 6 日現在

機関番号：13201

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2012

課題番号：20540160

研究課題名（和文）マルチンゲール理論が描き出す Banach 関数空間の構造

研究課題名（英文）Structures of Banach function spaces that are derived from the theory of martingales

研究代表者

菊池 万里 (Kikuchi Masato)

富山大学・大学院理工学研究部（理学）・准教授

研究者番号：20204836

研究分野：マルチンゲール理論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：マルチンゲール、Banach 関数空間、再配分不変空間、ノルム不等式

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、確率空間 (Ω, Σ, μ) 上のある種の確率変数から成る Banach 関数空間の構造を、マルチンゲール理論を用いて解析すること、また、Banach 関数空間の理論のマルチンゲール理論への応用を模索することにある。

具体的には、Banach 関数空間 X に於いて、マルチンゲールの為のある種のノルム不等式が成り立つ為の必要・十分条件の導出や、Lebesgue 空間などに於いて成立することが知られている種々のマルチンゲールの為の定理が、より一般的な Banach 関数空間 X に於いても成立する為の必要・十分条件の導出などを本研究の目的とする。

2. 研究の進捗状況

(1) 劣マルチンゲールを可予測増加過程とマルチンゲールの和に分解 (Doob 分解) したときに、これらの確率過程の間に成立するノルム不等式を Banach 関数空間の場合に拡張した。その証明には、補間空間の理論の利用が有効であり、マルチンゲール理論と補間空間の理論の密接な関連性が再確認できる。この結果は、既に Mathematische Zeitschrift 誌に発表されている。

(2) Lebesgue 空間に付随して定義されるマルチンゲールの Hardy 空間の双対空間を表現する為に Garsia によって導入されたマルチンゲールの Banach 空間はよく知られている。この Garsia の空間も元の Lebesgue 空間に付随して定義される。Garsia の空間の定義の方法は 2 通りあるが、元になる空間が Lebesgue

空間の場合には、これら 2 通りの定義は同値になる。元になる Lebesgue 空間を Banach 関数空間 X に置き換えた場合、一般にこれら 2 通りの定義は同値にならない。これら 2 通りの定義が同値になる為の (X に関する) 必要十分条件を導出した。この結果は Forum Mathematicum 誌に掲載予定である。

(3) マルチンゲールの平均振動と極大過程の間にある種のノルム不等式が成立することがよく知られている。Banach 関数空間に於いて同様の不等式が成り立つ為の必要十分条件が既に得られているが、より精密な評価することにより、この結果の改良を得た。この改良は、Mathematica Scandinavica 誌に掲載予定である。

(4) マルチンゲールの極大過程と 2 次変分に対して、それらと凸関数 Φ との合成を考えると、それらの間にある種のノルム不等式が成り立つために Banach 関数空間 X が満たすべき必要十分条件を導出した。この結果は、Banach and Function spaces III 誌に掲載予定である。

3. 現在までの達成度

① 当初の計画以上に進展している。

上記のように、既にマルチンゲールの理論を用いて Banach 関数空間の構造を解析する結果が得られており、論文として掲載予定である。更に現在、論文として発表を準備中の結果も得られている。研究成果の出にくい数学の分野において、既に 4 編を超える論文が作成できたことから、当初の計画以上に研究が進展していると判断される。

4. 今後の研究の推進方策

これまで順調に進んでいることから、今後もこれまでと同様に研究を進めたい。実際に研究を進める過程に於いて、他の研究者との討論・情報交換、及び、アメリカ数学会の提供する Math Sci Net (ウェブによる文献の検索システム) が大変有用であった。今後も、できるだけ多くの研究者と討論・情報交換、Math Sci Net の利用など、当該研究分野における最新の情報に注意しながら、研究を進めたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Masato Kikuchi, On some Banach spaces of martingales associated with function spaces, Forum Mathematicum (印刷中), 査読有
<http://www.reference-global.com/doi/pdf/10.1515/FORM.2011.083>
- ② Masato Kikuchi, On Doob type inequalities in Banach function spaces, Banach and function spaces III (印刷中), 査読有
- ③ Masato Kikuchi and Yasuhiro Kinoshita, On certain martingale inequalities for maximal functions and mean oscillations, Mathematica Scandinavica (印刷中), 査読有
- ④ Masato Kikuchi, On some inequalities for Doob decompositions in Banach function spaces, Math. Z. 265, 865-887, 2010, 査読有

[学会発表] (計6件)

- ① 菊池万里, Uniform boundedness of conditional expectations in some function spaces, 実解析学シンポジウム 2010, 2010年11月13日, 九州工業大学
- ② 菊池万里, マルチンゲール理論が描き出す Banach 関数空間の構造, 日本数学会年会 (分科会特別講演), 2009年3月27日, 東京大学
- ③ Masato Kikuchi, Extension of the Burkholder-Davis-Gundy inequality in rearrangement-invariant function spaces and its application, Banach and Function Spaces 2009, September 14 2009, Kyushu Institute of Technology (九州工業大学)

- ④ 菊池万里, 補間空間論のマルチンゲール理論への応用, 富山解析セミナー2008, 2008年10月4日, 富山大学
- ⑤ 菊池万里, 補間定理とマルチンゲール不等式, 実解析学シンポジウム 2008, 2008年11月8日, 山口大学