

## 自己評価報告書

平成 23年 4月 15日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540162

研究課題名（和文） 確率場を用いた量子統計力学の研究

研究課題名（英文） Research of quantum statistical mechanics in terms of random fields

研究代表者

田村 博志 (TAMURA HIROSHI)

金沢大学・機械工学系・教授

研究者番号：80188440

研究分野：数理物理学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数解析、確率場、量子統計力学

## 1. 研究計画の概要

量子統計力学として定式化できないか、または解析が困難な問題を部分的に扱う方法として確率場、特に Random Point Fields [RPF] を捉える立場から研究を量子統計力学を解明するものである。

具体的には、実際の粒子の統計性（Bose-Einstein 統計 Fermi-Dirac 統計からのずれ）の確率点過程としての定式化及び、様々な状況における Bose-Einstein 凝縮 [BEC] に関連した物理系の数学的定式化と極限定理の導出を目指す。

## 2. 研究の進捗状況

まず第一に、ポテンシャルによって与えられる外場により閉じ込められた Boson ガスの平均場理論を考え、量子統計力学的定式化によって粒子の位置の母関数を求め、それを与える RPF を構成する。ポテンシャルやテスト関数に適切なスケール変換を導入し、そのスケール変換のパラメータに関する極限での粒子系の分布を導いた。

次に、BEC 状態にある粒子系の分布を、中心極限定理や大偏差原理を用いて特徴付けることを行った。この大偏差原理のパラメータが  $d-2$  である事が、ノーマルな状態の場合のパラメータ  $d$  が明確な違いを得た。

さらに、異なるスケール変換によって Boson ガス系全体の挙動の研究を、中

心極限定理や大偏差原理を確立するという立場から行った。上と同様、BEC 状態とそうでない場合とで、挙動の違いが得られた。なお、ここでの解析には確率点場ではなく、一般の確率場が用いられた。結果は、量子力学の準古典近似と対応するものである。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

研究計画の初めに述べてある複合粒子の統計性の、Bose-Einstein 統計、または、Fermi-Dirac 統計との違いに関する研究の進展はないが、2 番目に挙げてある BEC に関する研究は、当初に予定した、microscopic な立場による確率点場による定式化と極限定理や大偏差原理の導出を超えて、mesoscopic 及び macroscopic な立場からの極限定理の導出などまで至っている。

## 4. 今後の研究の推進方策

複合粒子の統計性については、それを形作る強い相互作用が、それによって生成された複合粒子の外部からは見えないという難しい問題が絡んでいて、その解決の糸口はまだ見つから愛のが実情である。これについては何とかその気法の方針を見出したい。

また、BEC に関する研究は、今まで等方的な系を考えてきた。近年の物理学のこの分野の実験の動向を見ると非等方的な系（フィルムなどの 2 次元的なものや細い線状の 1 次

元的系)が話題になっている。次年度ではこのような系における BEC 状態の解析を考えてみたい。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Tamura, H., Boson Gas Mean Field Model Trapped by Weak Harmonic Potentials in Mesoscopic Scaling, RIMS K okyuroku Bessatsu B21 (2010), 163-181, 査読有
- ② Tamura, H. and Zagrebnov, V.A., Large deviation principle for noninteracting boson random point processes, J. Math. Phys. 51 巻, 023528 (2010) 査読有
- ③ Tamura, H., and Zagrebnov, V.A., Mean-field interacting boson random point fields in weak harmonic traps, J. Math. Phys. 50 巻 023301 (2009) 査読有
- ④ Tamura, H. and Zagrebnov, V.A., Boson gas mean field models in weak trapping potentials by means of random point fields, RIMS koukyuuroku, No.1600 (2008)104--112 査読無

[学会発表] (計5件)

- ① 田村博志, Random point fields, random measures and Bose-Einstein condensation, シンポジウム Stochastic Problems and Nonlinear PDEs, 2009年11月30日, 京都大学理学部3号館(京都府)
- ② 田村博志, Random point fields, random measures and Bose-Einstein condensation, シンポジウム Mathematical Quantum Field Theory and Renormalization Theory, 2009年11月27日, 九州大学西新プラザ(福岡県)
- ③ 田村博志, Boson gas mean field models trapped by weak harmonic potentials in mesoscopic scaling, シンポジウム「繰り込み群の数理科学での応用」, 2009年9月9日, 京都大学理学部3号館(京都府)
- ④ Tamura, H., Bose Gases in Scaled Harmonic Traps in terms of Random Point Fields, XVI International Congress on Mathematical Physics, 2009年8月6日, the Clarion Congress Hotel Prague (Czech)
- ⑤ Tamura, H., The Bose-Einstein Condensations and the Random Point Fields, Workshop "Quantum many-body systems; Bose-Einstein condensation", 2008年10月1日, Centre de Recherches Mathematiques Universite de Montreal (Canada)