

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 27 日現在

機関番号：17601

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008 ~ 2012

課題番号：20540181

研究課題名(和文) 非線形シュレディンガー方程式の特異性解析

研究課題名(英文) Analysis on singular properties of nonlinear Schrodinger equation

研究代表者

北 直泰(KITA NAOYASU)

宮崎大学・教育文化学部・准教授

研究者番号：70336056

研究分野：非線形偏微分方程式

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非線形シュレディンガー方程式

1. 研究計画の概要

(1) 非線形シュレディンガー方程式の初期値問題における解の構成および解の非適切性について研究する。特に低い指数をもつソボレフ空間における解の性質に焦点を当てる。

(2) 非線形シュレディンガー方程式の初期値問題における解の漸近挙動について研究する。時間大域的に存在する解に対して、大きな時刻において非線形効果が解の素性に与える影響を陽的に明示する。そして、有限時刻で爆発する解に対して、初期データの情報を用いて爆発時刻の評価を得ることを目標とする。

2. 研究の進捗状況

(1) 初期データが 関数(あるいは台の異なる 関数の和)で与えられている場合に、解の存在を示すことができた。さらに、初期データが 関数の和で与えられているときには、非線形性による「モードの生成」が生じることを示すこともできた。残る課題のうち一つ目として、存在が示された上記の解が何らかの関数空間で一意的に存在するのかが否かを解明することが挙げられる。二つ目の課題として、初期データの属する関数空間をもっと広げて解の存在を示すことが挙げられる。そして、三つ目の課題として、解の一意的性の証明が難しくても、その安定性が崩れるのかが(非適切性)の解明が挙げられる。

(2) これまで非線形シュレディンガー方程式の解の挙動に関する既知の性質は、非線形項の係数が実数の場合で調べられることが多

かった。しかし、本研究ではより一般的な複素係数のもとで解の挙動を解明することができた。複素係数の虚部の物理的な意味として、負の虚部については非線形的なエネルギー損失を表わし、正の虚部についてはパルスの非線形的増幅効果を表わしている。以下、研究成果について具体的に説明する。係数が負の虚部をもつ場合には、非線形シュレディンガー方程式の時間大域的な解の減衰オーダーを特定できた。この結果は、係数の虚部に制限を設けない場合には、データのサイズを小さく設定することで証明できた。係数の虚部が実部に比べて大きければ、任意の大きさをもつデータに対して、時間大域解の減衰オーダーを特定することが可能である。そして、正の虚部をもつ場合には、初期データの大きさが小さくても、有限時刻で波の振幅が無限大に発散するような解を構成することができた。ただし、この結果は係数の虚部にある程度の大きさを課す条件の下で成り立つものである。今後の課題としては、係数の虚部の大きさを外して(それが無理なら“緩めて”)大きなデータに対する時間大域解の減衰オーダーの特定、および爆発解の存在を証明することなどが挙げられる。

3. 現在までの達成度

やや遅れている。

その理由として、大学における講義やセミナーなどの教育活動、および組織運営に関する活動に忙殺されていることが挙げられる。

4. 今後の研究の推進方策

研究成果を論文の体裁にまとめる作業を効率化する。そのために、他大学の研究者に

本科研費による研究内容を積極的に照会し、共同作業によって論文化するように努める。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

北直泰, 関数を初期データに持つ非線形Schrodinger 方程式について, 数学 62 (2010), no.3, 329-345.(査読有)

N.Kita and A.Shimomura, Large time behavior of solutions to Schrödinger equations with a dissipative nonlinearity for arbitrarily large initial data. *J. Math. Soc. Japan* 61 (2009), no. 1, 39-64. (査読有)

[学会発表](計2件)

N. Kita, Nonlinear Schrodinger equation with complex nonlinear coefficient, the 7th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, May 18-21, 2008, University of Texas at Arlington, USA
北直泰, 下村 明洋, 劣臨界指数の非線形消散項を伴うシュレディンガー方程式の解の漸近挙動, 日本数学会 2008 年度秋季総合分科会, 2008 年 9 月 27 日, 東京工業大学