

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年6月1日現在

機関番号：31305

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540184

研究課題名（和文） 作用素不等式から展望した作用素論

研究課題名（英文） Operator theory induced by operator inequalities

研究代表者

棚橋 浩太郎 (TANAHASHI KOTARO)

東北薬科大学・薬学部・教授

研究者番号：90142398

研究成果の概要（和文）：クラスA作用素、 (p,k) -quasihyponormal 作用素等の構造、性質を明らかにした。特にこれらの作用素の quasinilpotent part を求め、ある条件の下で Fuglede-Putnam 定理、及び Weyl 定理が成り立つことを証明した。

研究成果の概要（英文）： We study structure and property of class A operators, (p,k) -quasihyponormal operators. Especially, we get a formulation for quasinilpotent part of these operators and prove they enjoy the Fuglede-Putnam theorem and the Weyl's theorem under certain conditions.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2008年度 | 300,000 | 90,000 | 390,000 |
| 2009年度 | 300,000 | 90,000 | 390,000 |
| 2010年度 | 300,000 | 90,000 | 390,000 |
| 2011年度 | 300,000 | 90,000 | 390,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 1,200,000 | 360,000 | 1,560,000 |

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：ハイポノーマル作用素、パラノーマル作用素、クラスA作用素

1. 研究開始当初の背景

ヒルベルト、バナッハ空間上の作用素論で正規作用素は標準的な性質を持つ。これは等式で定義されるが不等式で置き換えたハイポノーマル作用素は多くの研究を産み出した。古田不等式は作用素不等式で有名であるが、そこから現れたピーハイポノーマル、ログハイポノーマル作用素は面白い性質を持つことが発見され、ここから多くの興味ある研究がなされていた。

2. 研究の目的

ここではクラスA作用素、 (p,k) -quasihyponormal 作用素、paranormal

作用素などの構造、性質を調べるのが目的である。特に、Fuglede-Putnam 定理、及び Weyl 定理、Bishop の性質ベータが成り立つ条件などを調べたい。

3. 研究の方法

仙台で行われる作用素・作用素環論セミナーなどを通して、国内外の研究者と議論しながら、研究を進めている。また、各研究会で発表などを行っているが、その旅費や謝金などに本科研費を使っている。

4. 研究成果

①では I. H. Jeon, I. H. Kim, 内山敦と共

同でクラス A 作用素、 (p, k) -quasihyponormal 作用素の quasinilpotent part の特徴付けを行った。また、クラス A 作用素、さらに拡張したクラス (A, k) -作用素の孤立点スペクトルの性質を明らかにした。②では長宗雄、古谷正と共同で Xia スペクトルを計算した。③では I. H. Jeon, I. H. Kim, 内山敦と共同で作用素が自己共役になる条件を与えた。④では Patel, 内山敦と共同で (p, k) -quasihyponormal 作用素等がある条件の下で Fuglede-Putnam 定理を満たすことを示した。⑤では Mecheri, 内山敦と共同で (p, k) -quasihyponormal 作用素等が Weyl の定理を満たすことを示した。⑥では内山敦と共同で paranormal 作用素が Bishop の性質ベータを持つことを示したが、最近になってこの証明に誤りがあることがわかった。⑦では Braha と共同で k^* -paranormal 作用素が Bishop の性質ベータを持つことを示したが、これは⑥の結果を用いているので主定理は k^* -paranormal 作用素がスペクトル条件 (II) を持つと訂正する必要がある。これらの訂正については訂正論文が認められた。⑧では内山敦と共同で hereditarily normaloid 作用素が single valued extension property を持つことの証明を行った。⑨では内山敦と共同で k^* -paranormal 作用素と Bishop の性質ベータとの関係をまとめた。⑩では高橋眞映、三浦、高木と共同でウラム型の stability problem をある種の同型写像で考えた。⑪では長宗雄、太田と共同で m -isometry の面白い例を発表した。⑫では内山敦と共同で $*$ -paranormal 作用素の性質を調べた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① 棚橋浩太郎, I. H. Jeon, I. H. Kim, 内山敦, Quasinilpotent part of class A or (p, k) -quasihyponormal operators, Recent Advances in Operator Theory and Applications (Operator Theory : Advances and Applications), 187, 199-210, 2008, 査読有
- ② 長宗雄、古谷正、棚橋浩太郎, Xia spectrum for some class of Operators, Integral Equations and Operator Theory, 61, 159-165, 2008, 査読有
- ③ I. H. Jeon, I. H. Kim, 棚橋浩太郎、内山敦, Conditions implying self-adjointness of operators, Integral Equations and Operator Theory, 61, 549-557, 2008, 査読有

- ④ 棚橋浩太郎, S. M. Patel, 内山敦, On extension of some Fuglede-Putnam type theorems involving (p, k) -quasihyponormal, spectral, and dominant operators, Mathematische Nachrichten, 282, 1022-1032, 2009, 査読有
- ⑤ S. Mecheri, 棚橋浩太郎、内山敦, Weyl's type theorems for (p, k) -quasihyponormal operators, Scientiae Mathematicae Japonicae, 69, 411-417, 2009, 査読有
- ⑥ 内山敦、棚橋浩太郎、Bishop's property (beta) for paranormal operators, Operators and Matrices, 3, 517-524, 2009, 査読有
- ⑦ N. M. Braha, 棚橋浩太郎, SVEP and Bishop's property beta for k^* -paranormal operators, Operators and Matrices, 5, 469-472, 2011, 査読有
- ⑧ 内山敦、棚橋浩太郎, The single valued extension property for hereditarily normaloid operators, Scientiae Mathematicae Japonicae, e-2012, 57-60, 2012, 査読有
- ⑨ 棚橋浩太郎、内山敦, SVEP and Bishop's property for k^* -paranormal operators and related topics, 北海道大学講究録, 152, 31-41, 2012, 査読無
- ⑩ 高橋眞映、三浦、高木、棚橋浩太郎, Ulam type stability problems for alternative homomorphism, 北海道大学講究録, 152, 54-56, 2012, 査読無
- ⑪ 長宗雄、太田、棚橋浩太郎, m -isometric operators, 京都大学数理解析研究所講究録, 1778, 1-5, 2012, 査読無
- ⑫ 内山敦、棚橋浩太郎, $*$ -paranormal operators and related topics, 京都大学数理解析研究所講究録, 1778, 139-142, 2012, 査読無

[学会発表] (計 6 件)

- ① 竹崎正道、棚橋浩太郎, An ordered pair of unitarily conjugate positive operators (Hyponormal operators), 作用素論・作用素環論研究集会、2008年11月、大阪教育大学
- ② 内山敦、棚橋浩太郎, Spectral properties which implies Bishop's property (beta), Then 11th Kotac International Conference 2009, 2009年6月韓国テグ市
- ③ 長宗雄、棚橋浩太郎, m -isometric operators, スペクトル、数域などの作用素の幾何学的特性量を用いた作用素の構造研究研究集会、2011年11月、京都大学
- ④ 内山敦、棚橋浩太郎, $*$ -paranormal operators and related topics, スペクトル、数域などの作用素の幾何学的特性量を用い

た作用素の構造研究研究集会、2011年1月、京都大学

⑤ 棚橋浩太郎、内山敦、SVEP and Bishop's property for k^* -paranormal operators and related topics, 第20回関数空間セミナー、2011年12月、北海道大学

⑥ 高橋眞映、三浦、高木、棚橋浩太郎、Ulam type atability problems for alternative homomorphism, 第20回関数空間セミナー、2011年12月、北海道大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

棚橋 浩太郎 (TANAHASHI KOTARO)

東北薬科大学・薬学部・教授

研究者番号: 90142398

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: