

機関番号：34412

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540193

研究課題名(和文) 退化した偏微分方程式およびウェーブレット変換とその応用

研究課題名(英文) Degenerate Partial Differential Equations, Wavelet Transform, and their Applications

研究代表者

萬代 武史 (MANDAI TAKESHI)

大阪電気通信大学・工学部・教授

研究者番号：10181843

研究成果の概要(和文)：ウェーブレット解析，特にその中心にあるウェーブレット変換に関して，応用場面で現れる数学的問題のいくつかについて考察を加え，応用の基盤となる性質やどのような応用がありうるかについて，ある程度明確にすることができた．特に，ブラインド信号源分離(複数の原信号が混じった信号のみが観測できる際に，それら観測信号から原信号の情報を得るといった問題)に関して現れる問題を中心として考察を行い，信号源分離の時間周波数解析を基にした手法をいくつか開発した．

研究成果の概要(英文)：We considered several mathematical problems, which occurs when we apply wavelet analysis, especially (continuous or discrete) wavelet transforms, and we make clear the basic properties of the transforms, and what applications can be made. Especially, we intensively considered such problems occurring from blind source separation (the problem to extract information about original signals from observed signals which are unknown mixtures of the original signals), and developed some new methods of blind source separation based on time-frequency analysis.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数方程式，ウェーブレット解析，解析信号，ブラインド信号源分離，画像分離，フレーム，平行移動不変性

## 1. 研究開始当初の背景

ウェーブレットとサンプリング定理の関係や  $L_p$  空間におけるウェーブレット基底などについて徐々に明らかになってきていたことを受け，これらをウェーブレット解析の中にきちんと位置付ける必要を感じ始めていた．また，ウェーブレット解析を応用する際に生じる数学的問題を，試行錯誤による比

較のみでなく，理論的な裏付けのある形にするための考察が必要であると考えられた．すでに研究実績がある(ゆるやかな)チームが出来ていたので，これらの課題について考察することとした．

## 2. 研究の目的

芦野・守本・萬代を中心として，ウェーブ

レット解析の応用の場面で生じる数学的題について考察する．特に，ウェーブレット変換の基礎的な性質やその応用の可能性について考察する．主なテーマを以下に挙げる．

- (1) サンプリング定理の種々の拡張，特に  $L_p$  空間での拡張と積分変換との関係について
- (2) ウェーブレット変換・メリン変換などの積分変換とその離散化
- (3) 離散ウェーブレット変換に伴う射影作用素の平均の平行移動不変性について
- (4) 信号の中心や幅に関する数学的な基本問題の考察
- (5) ブラインド信号源分離へのウェーブレット変換の応用に際して生じる数学的問題の考察，特に複素ウェーブレットの比の位相に関する数学的な基礎付けなどについて

### 3. 研究の方法

#### (1) 研究分担者との研究分担など

研究代表者（萬代）が，当面集中して研究すべき点・広く情報収集すべき点等を整理して提示し，研究分担者（研究代表者を含む）・連携研究者が問題解決のために，それぞれの専門分野に関連する部分を受け持ち，各研究者の自主性を尊重しつつ研究を進める．

特に，芦野・守本両名は萬代に協力して，当面は，ウェーブレット変換のさまざまな離散化（特に定常離散変換を中心として）の間の関係について考察するとともに，他分野のウェーブレット研究者とのネットワークを広げる努力をする．

以上の各人の成果等をもとに，適宜，萬代が全体の総括を行い，次に進むべき方向を考え，各人に提示する．

#### (2) 研究連絡・情報収集

他大学などの研究者との交流は，本研究にとっても不可欠である．各種の研究会（シンポジウム，研究集会，集中セミナー，ワークショップ等）においては，日進月歩の研究成果の発表が行なわれている．これらに積極的に参加し，研究成果の発表討論や情報収集を行う．この際には，共同研究者との情報交換なども同時に積極的に行う．また，個々の研究者と個別に討論・情報交換を行なうことで研究を促進する．このために，調査・研究旅費を使用する．又，外国旅費を使用して，今までの成果の一部を発表し，各国の研究者とアイデアの交換を行って今後の研究の参考にしたい．このために海外旅費を使用する．

#### (3) 文献調査

各研究分担者（研究代表者を含む）が，研究に必要な文献を，設備備品費や消耗品費により図書を購入する，図書館経由で複写したものを入手する，調査・研究旅費により他大学へ文献調査に赴く，などの方法で集める．

### 4. 研究成果

(1) ブラインド信号源分離（複数のソース信号が混じっている観測信号から元のソース信号を分離する）の問題で，時間差をもって混ざっている場合 (spatio-temporal mixture problem の簡単な場合) について，東京理科大学の佐々木文夫教授との協力のもと，解析信号 (analytic signal) になっているウェーブレット関数を用いたウェーブレット変換による，時間周波数情報の比が実数値になる部分を用いる方法について，具体的なアルゴリズムの詳細，理論的な裏づけの考察とシミュレーションを行った．

さらに，この時間周波数情報の比の位相も利用することで，時間差がサンプリング間隔の整数倍とはみなせない場合も扱う手法の理論的考察を行い，シミュレーションを行って，その有効性を確認した．

(2) 上の成果は音声信号などの1次元信号に対するものであるが，こうして開発した方法を，2次元信号である画像信号の分離に応用した（ただし，現在は空間的混合問題のみ）．この際，1次元の解析信号の自然な多次元化であるリース変換を使ったモノジェニックウェーブレット変換が有効であることが分かり，その基本性質などを明らかにした．今後は，方向性を持たせたマルチウェーブレット変換を使った方法を開発し，より有効性の高い方法を目指したい．

(3) 信号のフーリエ像の「中心」と「幅」について，どのような定義がもっとも適切であるかという問題について，数学的観点およびウェーブレット解析の応用の観点から更なる考察を進め，さらに，関連して生じる数学的問題，特に「不確定性原理」の修正について考察し，重要な不等式を得た．

(4) 信号とそのフーリエ変換について，両方をできるだけ局所化させる場合，重要な役割を果たす偏長楕円体波動関数 (prolate spheroidal wave function) について，不確定性原理との関係で調査を進め，さらに Beylkin の論文などにおける使われ方 (数値計算への応用) などについて，数学的にあいまいな点などを考察した．応用などについては，今後の課題である．

(5) メイエのウェーブレットとそのヒルベルト変換を並行して使うと，離散ウェーブレットの持っている「平行移動不変性がない」という欠点を完全に補えるという事実の理由を，数学的に解析し，2つ以上のウェーブレットを使って，離散ウェーブレット変換による分解結果（ある種の射影作用素を施したと見ることができる）の平均が平行移動不変性を持つためのよい十分条件を与えることができた．この結果の基礎として，ヒルベルト変換を自然に拡張する作用素の族が重要な働きをすることが分かってきた．

(6) 複素ウェーブレットを考える場合、実部のヒルベルト変換を虚部にとること、様々な利点があることが分かってきていた。虚部が実部（元の信号）のヒルベルト変換となる信号を解析信号と言うが、解析信号の絶対値が元の信号のエンベロープとみなせるという一種の経験則がある。しかし、信号によってはそうではない場合も多い。解析信号の絶対値がエンベロープの役割を果たすのはどういう場合かについて、理論的な考察を行い、「元の信号の帯域が高周波帯に集中している時に解析信号の絶対値がエンベロープとなる」ことが、理由とともに明らかになった。

(7) 上記の考察の過程で、解析信号をウェーブレット変換に組み込むことが有効である理由が明らかになった。これを一般化して、ウェーブレット解析とフーリエ乗算作用素との関係、特に表象が斉次関数である場合の関係について、基本的な性質を明らかにした。

(8) (1) の考察の過程で、複数のウェーブレット関数から作られたウェーブレット族を用いるのが有効であることが明らかになったが、それらがフレームと呼ばれるよい関数系になることが望ましい。フレーム、特にパーセバルフレームについて、基本的な性質や構成法について考察を行った。この考察は、複数のウェーブレット関数を同時に使用するマルチウェーブレットの応用に重要な手掛かりとなるものと思われる。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 9 件）

- ① A. Morimoto, R. Ashino, and T. Mandai, Image separation using the monogenic wavelet transform, Proceedings of the 10th International Symposium on Communications and Information Technologies 2010 (ISCIT 2010), 査読有, 1, 707-712, 2010.
- ② R. Ashino, T. Mandai, and A. Morimoto, Blind source separation of spatio-temporal mixed signals using phase information of analytic wavelet transform, Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process, 査読有, 8(4), 575-594, 2010.
- ③ 萬代武史, 離散ウェーブレット変換に伴う射影作用素の平均の平行移動不変性, 数理解析研究所講究録, 査読無, 1684, 36-48, 2010.
- ④ 守本晃・芦野隆一・萬代武史, 複素ウェーブレット変換を用いたブラインド信号源分離, 可視化情報, 査読有, 29(115), 256-262, 2009.
- ⑤ 守本晃・神山浩之・井上大樹・大道淳史・西村一志・芦野隆一・萬代武史, ウェーブ

レット解析を用いた画像分離, 日本応用数理学会論文誌, 査読有, 19(3), 257-278, 2009.

⑥ R. Ashino, T. Mandai, A. Morimoto, and F. Sasaki, Blind source separation of spatio-temporal mixed signals using time-frequency analysis, Applicable Analysis, 査読有, 88(3), 425-456, 2009.

⑦ R. Ashino, T. Mandai, A. Morimoto, and F. Sasaki, Solving the spatio-temporal mixture problem using timefrequency analysis, Seminar Notes of Mathematical Sciences, 査読無, 11, Ibaraki University, 12-26, 2008.

⑧ A. Morimoto, R. Ashino, T. Mandai, and F. Sasaki, Blind source separation using analytic wavelet transform, Proceedings of the 2008 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, 査読有, 541-546, 2008.

〔学会発表〕（計 15 件）

① 守本晃・芦野隆一・片岡秀輔・萬代武史, 定常ウェーブレット変換のモノジェニック信号を用いた画像分離, 日本応用数理学会 2011 年研究部会連合発表会, 2011 年 3 月 8 日, 電気通信大学西地区西 4 号館.

② R. Ashino, S. Kataoka, T. Mandai, and A. Morimoto, Signal and image source separations by wavelet analysis, International Conference on Inverse Problems, 2010 年 12 月 15 日, City University of Hong Kong, Hong Kong.

③ A. Morimoto, R. Ashino, and T. Mandai, Image separation using the monogenic wavelet transform, The 10th International Symposium on Communications and Information Technologies 2010 (ISCIT 2010), 2010 年 10 月 28 日, Meiji University, Tokyo.

④ R. Ashino, T. Mandai, and A. Morimoto, Wavelet and signal source separation, Forum "Math-for-Industry" 2010, 2010 年 10 月 23 日, Hilton Fukuoka Sea Hawk, Fukuoka-shi.

⑤ 片岡秀輔・芦野隆一・萬代武史・守本晃, 複数の定常離散ウェーブレット変換を用いた画像分離アルゴリズム, 可視化情報学会全国講演会（鹿児島 2010）, 2010 年 10 月 8 日, 霧島市国分シビックセンター（霧島市役所内）.

⑥ 守本晃・芦野隆一・片岡秀輔・萬代武史, 複数の定常離散ウェーブレット変換を用いた画像分離法, 可視化情報学会全国講演会（鹿児島 2010）, 2010 年 10 月 8 日, 霧島市国分シビックセンター（霧島市役所内）.

⑦ 守本晃・芦野隆一・片岡秀輔・萬代武史, 複数の定常離散ウェーブレット変換を用い

た画像分離について，第四回ウェーブレット変換およびその応用に関するワークショップ，2010年9月28日，豊橋技術科学大学講義棟A1-101.

⑧ 守本晃・芦野隆一・萬代武史，複素ウェーブレット変換を用いた画像分離，可視化情報全国講演会(米沢2009)，2009年10月24日，山形大学工学部(米沢キャンパス4号館).

⑨ 萬代武史，離散ウェーブレット変換に伴う射影作用素の平均の平行移動不変性，数理解析研究所共同研究「時間周波数解析の手法と理工学的应用」，2009年10月5日，京都大学理学部3号館

⑩ 萬代武史，離散ウェーブレット変換の平行移動不変性について，日本応用数理学会2009年年会，2009年9月30日，大阪大学豊中キャンパス共通教育棟C207号室

⑪ 守本晃・芦野隆一・萬代武史，ノイズを含んだ観測信号からのブラインド信号源分離，日本応用数理学会2009年年会，2009年9月30日，大阪大学豊中キャンパス共通教育棟C207号室

⑫ 萬代武史，信号の中心，幅と新しい不確定性原理，日本応用数理学会2008年年会，2008年9月19日，東京大学柏キャンパス.

⑬ 守本晃・芦野隆一・萬代武史・佐々木文夫，Analytic wavelet transformを用いたブラインド信号源分離，日本応用数理学会2008年年会，2008年9月19日，東京大学柏キャンパス.

⑭ 守本晃・芦野隆一・萬代武史・佐々木文夫，Analytic wavelet transformのブラインド信号源分離への応用，第2ウェーブレット変換およびその応用に関するワークショップ，2008年9月18日，豊橋技術科学大学.

⑮ A. Morimoto，R. Ashino，T. Mandai，and F. Sasaki，Blind source separation using analytic wavelet transform，the 2008 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition，2008年8月31日，Hong Kong.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

萬代 武史 (MANDAI TAKESHI)  
大阪電気通信大学・工学部・教授  
研究者番号：10181843

### (2) 研究分担者

芦野 隆一 (ASHINO RYUICHI)  
大阪教育大学・教育学部・教授  
研究者番号：80249490

### (3) 連携研究者

守本 晃 (MORIMOTO AKIRA)  
大阪教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：50239688

浅倉 史興 (ASAKURA FUMIOKI)  
大阪電気通信大学・金融経済学部・教授  
研究者番号：20140238

坂田 定久 (SAKATA SADAHISA)  
大阪電気通信大学・工学部・教授  
研究者番号：60175362

山原 英男 (YAMAHARA HIDEO)  
大阪電気通信大学・工学部・准教授  
研究者番号：30103344

猪狩 勝壽 (IGARI KATSUJU)  
愛媛大学大学院・理工学研究科・教授  
研究者番号：90025487

田原 秀敏 (TAHARA HIDETOSHI)  
上智大学・理工学部・教授  
研究者番号：60101028