

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2012

課題番号：20540219

研究課題名(和文) 消散型波動方程式の解の拡散現象

研究課題名(英文) Diffusion phenomena of solutions for the damped wave equation

研究代表者

西原 健二 (NISHIHARA KENJI)

早稲田大学・政治経済学術院・教授

研究者番号：60141876

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：関数方程式の大域理論

1. 研究計画の概要

研究目的は粘性保存則の非線形波の安定性の研究から派生して、消散型波動方程式の解の拡散現象を観察することである。5年間の研究計画のうち、前半では、

- (1) 湧き出し項として働く半線形項を持つ半線型消散型波動方程式のコーシー問題、
- (2) 吸収項として働く半線形項を持つ半線型消散型波動方程式のコーシー問題、
- (3) データが必ずしも可積分とは限らない場合の問題、

について、それらの解の挙動を調べることが研究計画の概要である。

2. 研究の進捗状況

上記(1)、(2)についてはかなり進んでいるが、(3)については新たな進展は得られていない。

(1)の湧き出し項として働く半線形項を持つ消散型波動方程式については、時間に依存する係数を持つ消散項の場合に、その消散項が effective、すなわち、解の拡散現象が依然として期待できるとき、臨界指数が確定し、優臨界指数では小さなデータに対して時間大域解が存在し、臨界、劣臨界指数の場合には適当なデータに対し大域解の非存在(解の爆発)が示され、発表の準備中である。ここで用いられた方法をさらに応用することによって、時間と空間の両方に依存する消散項を持つ場合に対しても臨界指数の確定を目指している。さらに、この解の爆発を示す方法では、解の爆発時間の評価は得られないと思われる。爆発時間の評価を得るためには常微分不等式の応用が有効であると思ってい

るので、この方向からもアプローチしてみたい。

(2)については、任意に大きなデータに対し時間大域解が存在するが、その解の減衰評価に関し、一部開発されていた方法に加えて、詳細な重み付エネルギー法を開発し、時間依存あるいは時間と空間の両方に依存する消散項を持つ場合に、解の拡散現象の観点から見ると、それは最適あるいはほぼ最適と考えられる解の減衰評価が、臨界指数の場合を除いて、得られた。臨界指数の場合は極めて微妙で、詳細な減衰評価は依然未解決である。また、解の漸近形については空間1次元の場合を除いて残された課題となっている。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

詳細な重み付エネルギー法を開発することが出来たことによって、上記(1)、(2)の場合にはかなり研究が進展したと考えている。しかしながら、データが必ずしも可積分とならない上記(3)の場合は、重み付エネルギー法は直接的には使いづらく、新たな進展がない。そこで、現時点での達成度は②おおむね順調に進展していると考えられる。

4. 今後の研究の推進方策

研究期間の後半においても、上記(1) - (3)の研究の推進を続ける。さらに、研究計画の後半では、(4)非線形消散項を持つ場合の消散型波動方程式、(5)準線形消散型波動方程式、の研究も展望しつつ、資料を収集し、成果を得ることを目標としたが、現

時点ではその見通しは立っていない。代わりに、連立系の問題については多少の進展を見ている。そこで、後半においては、(4)、(5)についての資料収集は続け、連立系の考察も加え、次期の研究計画についても展望する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① J. Lin, K. Nishihara and J. Zhai, Decay property of solutions for damped wave equations with space-time dependent damping term, *J. Math. Anal. Appl.* 374 (2011), 602-614 (査読有)
- ② J. Lin, K. Nishihara and J. Zhai, L^2 estimates of solutions for damped wave equations with space-time dependent damping term, *J. Differential Equations* 248 (2010), 403-422 (査読有)
- ③ K. Nishihara, Decay properties for the damped wave equation with space dependent potential and absorbed semilinear term, *Commun. Partial Differential Equations* 35 (2010), 1402-1418 (査読有)
- ④ 西原 健二, 消散型波動方程式のコーシー問題の解の拡散現象, 「数学」, 62巻(2010), 164-181 (査読有)
- ⑤ T. Narazaki and K. Nishihara, Asymptotic behavior of solutions for the damped wave equation with slowly decaying data, *J. Math. Anal. Appl.* 338 (2008), 803-819 (査読有)

[学会発表] (計11件)

- ① K. Nishihara, Large time behavior of solutions to the Cauchy problem for the damped wave equation with absorbing semilinear term, *Kinetic Equations and Hyperbolic Conservation Laws*, 2010年12月1日, National University of Singapore, Singapore
- ② K. Nishihara, Asymptotic behavior of solutions to the Cauchy problem for the weakly coupled damped wave system, *International Workshop on Partial Differential Equations and Mathematical Physics*, 2010年11月1日, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, China
- ③ K. Nishihara, Large time behavior of solutions to the Cauchy problem for the semilinear damped wave equation, 2010 Chinese-German conference on

fluid and gas dynamics, 2010年5月22日, Zhejiang Normal University, Jinhua, China

- ④ K. Nishihara, Behavior of solutions for the semilinear heat equation and damped wave equation with slowly decaying data, *AIMS Seventh International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications*, May 18-May 21, 2008, University of Texas at Arlington, USA