

機関番号：34428

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20540221

研究課題名（和文） 繰りこみ群の数学的研究と力学系への応用

研究課題名（英文） Mathematical Study of Renormalization Groups and applications to Dynamical System

研究代表者 伊東 恵一（ITO KEIICHI R.）

摂南大学・理工学部・教授

研究者番号：50268489

研究成果の概要（和文）：繰りこみ群の数理科学における応用を多様な視点から分析した。ペレルマンのリッチフローを統計力学の臨界現象の視点から再検証し、相転移における Pirogov-Sinai 定理との関連が強いことを論証した。またナビエ・ストークス方程式の乱流解を繰りこみ群から計算する Ya Sinai の論文を追計算し、より詳細な計算が必要で、それにより新しい展開が可能であることを示した。格子ゲージ理論におけるクオーク粒子幽閉について、伊東は前に階層近似で立証したが、この近似では実際の系との相違を評価出来ないことも示した。しかしこれが証明されたという間違った論文が流布し、この論文の間違いの理由を、Max Planck 研究所の E.Seiler 教授との論文で明示した。伊東の  $\sigma$  モデルの繰りこみ群による研究は第一段の変換についてはほぼ完成した。

研究成果の概要（英文）： Ito studied applications of renormalization group method in mathematical sciences from various points of view. He investigates the Ricci flows from statistical mechanics point of view, and suggested that the transformation of manifolds by the flow is strongly related to the Pirogov-Sinai theory of phase transitions.

He also reconsidered the paper by Ya Sinai and D.Li on the constructions of (complex) turbulent solution of Navier-Stokes equation of fluid, using the renormalization group type argument. It seems that the paper needed some calculations to be understood.

Ito studied quark confinement problem some decades ago, and established confinement in the hierarchical approximation of the Migdal-Kadanov type. However there appeared a misleading paper in which the author claimed that he established the confinement. Ito and Prof.E.Seiler of MaxPlanck Institute argued how and why he made mistakes in his arguments.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
平成20年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成21年度	1,000,000	300,000	1,300,000
平成22年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：応用解析学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：繰りこみ群，相転移，臨界現象，非線形方程式  
流体，乱流，リッチ・フロウ

### 1. 研究開始当初の背景

以下にあげる問題は、見かけは異なるものの、無限次元空間での積分という共通した困難さがあり、繰りこみ群法がこれらを解決する手段であり、その確実な応用が期待されていた。

(1) 統計力学の分野での、 $\sigma$  モデルの自発的質量生成、クオーク粒子の幽閉の問題が前世紀からの未解決問題として依然として横たわっていた

(2) 流体力学の分野では乱流の発生の探求、場の理論の分野ではストリング理論から派生した、非可換空間上の場の理論の構成が喫緊の問題であった

(3) さらにペレルマンによるリッチ流と物理学理論の関係が声高に叫ばれ、応用を求める動きがあった。

### 2. 研究の目的

我々の目的は繰りこみ群の応用としてこれら長きに渡って未解決であった問題、

(1) 非可換対称性を持つ統計力学系

( $\sigma$  モデル、あるいはハイゼンベルグ

モデル、あるいは非可換格子ゲージ理論)、

(2) 流体力学における乱流の発生、Navier-Stokes 方程式が適当な初期条件下で乱流を発生するか

(3) 非可換空間上の場の理論が繰りこみ理論を経て存在できるか

などに対してある程度確実な答えを準備、研究することである。これらは違う現象ではあるが、全て無限次元空間のうえでの巧妙な積分によってのみ全体像が見えてくるのである。

### 3. 研究の方法

繰りこみ群的方法は対象によって様々にアプローチをかえ、一番適した手段をとらねばならない。

(1) シグマモデルなどに於いてはブロックスピン変換法を用いて、作用の変化(流れ)を確立していく。具体的には補助場とボソン場からシグマ模型を作り、これら二つの場で、それぞれブロック・スピン変換を行っていく。

(2) 流体力学の研究に対しては、非線形積分方程式を漸化式的に解いていく

などである。とはいえこれらにおいては、計算量はかなり多く忍耐強く進めていかなくてはならない。

### 4. 研究成果

(1) シグマ模型に関しては、愚直なブロック・スピン変換を行い、第一ステップではあるがその流れの方向を確立した。すなわち、補助場とボソン場からシグマ模型を作り、これら二つの場で、それぞれブロック・スピン変換を行っていくが、これによって流れは制御しやすくなり、従前に発見的に得られていた流れにほぼ近いところ、そしてそれからのずれがかなり明確にえられた。

(2) 格子ゲージ理論においては、これは極めて難渋な問題であるが、高名な米国人研究者の出した論文の誤りを指摘し、本来何を示すべきか、明示した。これは伊東が少し前にクオーク・幽閉で階層近似模型で確立した結論によればほぼ明らかな間違いであったが、それが確かめられることなく流布する恐れがあったので、あえて警鐘をならし、間違いの起源を明確化し、これからのこの問題の解決への道を指し示すことができた。

(3) リッチ・フロウを統計力学の相転移の視点から研究し、Pirogov-Sinai 理論との関連性を確立した

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

(1) 伊東 恵一，  
数理物理学 (繰りこみ群) から見たペレルマン理論，  
数理物理学への誘い (vol.7, 河東康之編)  
遊星社，(読無)，2010，p.53—p.100

(2) H.Tamura, V.Zagrevnov  
Large Deviation principle for  
noninteracting boson random point  
processes,  
J.Math.Phys., 51, 023528, 2010

(3) Y.Teramoto, T.Nishida  
Pattern Formation in Heat Convection  
Problems,  
Chinese Annals of Mathematics,  
(査読有), 30, 769--784, 2009

(4) 伊東 恵一,  
繰りこみ群とリッチフロウ,  
数理解析 (No.550)  
サイエンス社 (査読無), 2009, p.36—p.37

(5) Y.Teramoto, T.Nishida  
Bifurcation Theorems for the Model  
System of Bernard-Arango Convection,  
Journal of Math. Fluid Mechanics,  
(査読有), 11, 383--406, 2009

(6) F.Hiroshima, C.Gerald, A.Panati,  
A.Suzuki,  
Infrared Divergence of a scalar quantum  
field model on a pseudo Riemannian  
manifold,  
Interdisciplinary Inf. Sci., (査読有), 15,  
399—421, (2009)

(7) F.Hiroshima, C.Gerald, A.Panati,  
A.Suzuki,  
Infrared Divergence of a scalar quantum  
field model on a pseudo Riemannian  
manifold,  
Interdisciplinary Inf. Sci., (査読有),  
15, 399—421, (2009)

(8) H.Tamura, V.Zagrevnov,  
Norm resolvent convergence to  
Schrodinger operators with infinitely thin  
toroidal magnetic field,  
Contemporary Mathematics, (査読有),  
AMS, 500 (2008) 139—151

(9) Shin-ichi Shimada, Akira Iwatsuka,  
Takuya Mine,  
Norm resolvent convergence to  
Schrodinger operators with infinitely thin  
toroidal magnetic field,  
Contemporary Mathematics, (査読有),  
AMS, 500 (2008) 139—151

(10) 伊東 恵一, PoS (Proceedings of  
Sciences)  
Critical Discussion of Tomboulis'  
Approach to the Confinement Problem,  
(査読無), 2008, p.1-p.4

(11) 伊東 恵一,  
One-Dimensional Schroedinger Equations  
And Renormalization Group of  
Wegner-Houghton-Aoki type,  
数理解析研究所講究録 (No.1600)  
(査読無), 2008 p.204—p.218

[学会発表] (計 2 件)

(1) Y.Teramoto, T.Nishida, K.Tomoeda  
Navier-Stokes flow down a vertical  
wall, Mathematical fluid dynamics,  
Darmsstad-Tokyo Spring School 2011,  
2011 March 2

(2) 伊東 恵一  
数理解析 (繰りこみ群) の視点から  
みたペレルマンの論文について,  
数理解析 2008, 東京大学, 2008 年  
9月27日 - 9月30日

[図書] (計 1 件)

伊東 恵一, サイエンス社,  
SGC ライブラリー vol. 81  
繰りこみ群の物理と数理  
2011, 160 ページ

[その他]

ホームページ等

<http://www.setsunan.ac.jp/mpg/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

伊東 恵一 (ITO KEIICHI R.)  
摂南大学・理工学部・教授  
研究者番号：50268489

(2) 研究分担者

寺本 恵昭 (TERAMOTO YOSHIAKI)  
摂南大学・理工学部・教授  
研究者番号：40237011  
島田 伸一 (SHIMADA SHIN-ICHI)  
摂南大学・理工学部・准教授  
研究者番号：40196481

(3) 連携研究者

廣川 真男 (HIROKAWA MASAO)  
岡山大学・自然科学研究科・教授  
研究者番号：70282788  
廣島 文生 (HIROSHIMA HUMIO)  
九州大学・数理科学研究科・准教授  
研究者番号：00330358  
田村 博志 (TAMURA HIROSHI)  
金沢大学・理工学部・教授  
研究者番号：80188440