

機関番号：37111

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540222

研究課題名（和文） 非有界作用素環の構造と表現

研究課題名（英文） Structure and representation of unbounded operator algebras

研究代表者

井上 淳（INOUE ATSUSHI）

福岡大学・理学部・教授

研究者番号：50078557

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非有界*-表現, C*-代数, 非可換微分構造

1. 研究計画の概要

本研究の目的は非有界作用素環(O*-代数, partial O*-代数)の構造論と表現論についての研究をすすめることである。

多くの未解決な問題があるなかで、

(1) Well-behaved *-表現

(2) Quasi C*-normed 代数

(3) C*-代数の非可換微分構造

(4) 非有界作用素環のクロス積

の研究をすすめることが我々の目的である。上の(1)-(3)は引き続きの研究, (4)は新たな研究である。

2. 研究の進捗状況

(1) Well-behaved *-表現の研究

井上、M. Fragoulopoulou(アテネ大)は(局所凸)*-代数の非有界 C*-セミノルムの系統的研究を利用して、テンソル積*-代数の well-behaved*-表現について研究をすすめた。

(2) Quasi C*-normed 代数の研究

井上は F. Bagarello(パレルモ大)、M. Fragoulopoulou, C. Trapani(パレルモ大)とともに C*-normed 代数の quasi *-代数への自然な一般化である quasi C*-normed 代数の構造を調べた結果を得た。

① 可換 quasi C*-normed 代数は局所コンパクト空間上の ∞ -値連続関数のつくる quasi C*-normed 代数と同型である。

② 非可換 quasi C*-normed 代数は Hilbert 空間上の非有界作用素のつくる quasi C*-normed 代数に埋め込まれる。

(3) C*-代数の非可換微分構造の研究

$A[\|\cdot\|]$ を C*-normed 代数、 $\Omega^*(A)$ を A 上の universal graded differential algebra とする。 $\Omega^*(A)$ 上に自然な norm $\|\cdot\|_r$ ($r>0$) が定義でき $\Omega_r A$ を normed *-代数 $\Omega^*(A)[\|\cdot\|_r]$

$\|\cdot\|_r$ の完備化とする。Banach *-代数の系 $\{\Omega_r A; r>0\}$ の2つの極限代数：

$$\Omega_\infty A \equiv \lim \text{proj}_{r \rightarrow \infty} \Omega_r A \quad (\text{Arveson})$$

$$\Omega_\varepsilon A \equiv \lim \text{ind}_{r \rightarrow \infty} \Omega_r A \quad (\text{Connes})$$

が考えられる。局所凸*-代数 $\Omega_\varepsilon A$ は C*-spectral 代数で、 $\Omega_\varepsilon A$ と C*-代数 $\square[\|\cdot\|]$ は同じ K-theory をもつことがわかった。

(4) 非有界作用素環のクロス積の研究
非有界作用素環に対するクロス積は”domain problem”等により今まで定義すらできていなかった。井上、M. Fragoulopoulou、K.D. Kuersten(ライプチヒ大)は O*-代数、GW*-代数のクロス積を定義し、その基本性質を調べた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

1 の研究計画の概要で述べた

(1) well-behaved *-表現

(2) Quasi C*-normed 代数

(3) C*-代数の非可換微分構造の研究

の目的は達したと思っている。残りの(4) 非可換作用素環のクロス積の研究がまだ途中段階で平成 23 年度に尚一層の進展に努める必要がある。

4. 今後の研究の推進方策

非有界作用素環の研究の推進

M を Hilbert 空間 H の稠密な部分空間 D 上の準閉作用素からなる *-代数 (O*-代数とよぶ)、 G を局所コンパクト群、 α を G の M 上の action とする。 G が可換なとき GW*-クロス積 $GW^*(M, G, \alpha)$ の双対定理に対する次の予想を考える。

予想.

G の双対群の G^\wedge の $GW^*(M, G, \alpha)$ のaction θ が定義でき、 $GW^*(GW^*(M, G, \alpha), G^\wedge, \theta)$ が M から生成されるvon Neumann代数と $B(L^2(G))$ による GW^* -テンソル積と同型になる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① S. J. Bhatt, 井上淳, 荻秀和, Differential Structures in C^* -algebras, to appear in J. Operator Theory, 査読有.
- ② M. Fragoulopoulou, 井上淳, K. D. Kürsten, Old and new results on Allan's GB^* -algebras, Banach Center Publications, 91(2010), 169-178, 査読有.
- ③ F. Bagarello, M. Fragoulopoulou, 井上淳, C. Trapani, Locally convex quasi C^* -normed algebras, J. Math. Anal. Appl. , 366 (2010), 593-606. 査読有.
- ④ 井上淳, S. J. Bhatt, Limit algebras of differential forms in non-commutative geometry, Proc. Indian Acad. Sci. Math. Sci. {¥bf 118} (2008), 425-441. 査読有.