

機関番号：12102

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540248

研究課題名 (和文) 格子 QCD による共鳴状態の研究

研究課題名 (英文) Study of resonance state from lattice QCD

研究代表者

石塚 成人 (ISHIZUKA NARUHITO)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・准教授

研究者番号：70251030

研究成果の概要 (和文)：

本研究では、格子 QCD により共鳴状態の性質を調べる方法の確立を目的とし、それに向け  $\rho$  中間子崩壊の研究を行った。数値計算は二つのクォーク質量 ( $\pi$  中間子質量=410MeV と 300MeV) のもとで行った。現実のクォーク質量 ( $\pi$  中間子質量=140Me) での崩壊幅は、おのこの計算結果で求めた  $\rho \pi \pi$  有効結合定数から評価した。計算結果は、130(18)MeV と 152(28)MeV であり、実験値 146MeV をよく再現している。これは、本研究での研究手法が、共鳴状態を研究する上で、信頼性のある、実行可能な方法であることを意味する。今後、この方法を  $\rho$  中間子以外の多くの共鳴状態研究に応用することが期待される。

研究成果の概要 (英文)：

An aim of this project is to establish a method for an investigation of properties of a resonance state from the lattice QCD. The rho meson decay is studied toward this aim. The numerical calculations were carried at two quark masses which correspond to the pion mass  $m=410\text{MeV}$  and  $300\text{MeV}$ . The decay width at the physical point ( $m=140\text{MeV}$ ) is estimated from the effective  $\rho \pi \pi$  coupling constant obtained from each calculation. The results of the decay width are 130(18)MeV and 152(28)MeV, which are consistent with the experiment 146MeV. This means that the method in this project is a reliable and an efficient method for a study of the resonance state. Applications of this method to many other resonances are expected in the future

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：素粒子物理学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子場の理論、共鳴状態、散乱位相

## 1. 研究開始当初の背景

格子 QCD によるハドロンの性質の研究は、強い相互作用により崩壊しない安定粒子については、多くの精密計算が行われ、多くの研究業績があった。しかし、強い相互作用によって崩壊する不安定粒子(共鳴状態)については、有効理論にもとづく研究しかなく、第一原理計算は長らく無かった。

2006 年 我々 CP-PACS グループによって、 $\rho$  中間子の崩壊幅、共鳴エネルギーの第一原理計算計算がなされた。これは、有効理論を使わない第一原理計算の成功であり、画期的な成果であった。しかし計算は、動的 s クォークの効果を無視した計算であった。また、一つの格子間隔、一つのクォーク質量、一つの散乱エネルギーに対してのみ計算が行われた。動的 s クォークの効果をとり入れ、クォーク質量依存性等を詳細に調べ、格子 QCD によって得られた結果と実験値を詳細に比較し、我々の研究方法を完全に確立することが、将来行うべき研究として残された。それにより、我々の方法を、実験的に確立していない不安定粒子に適用し、その存在と性質を調べることが将来可能になると期待されていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、「格子 QCD により共鳴状態の性質を調べる方法の確立」を目的とし、それに向け  $\rho$  中間子崩壊の研究を行う。

## 3. 研究の方法

本研究では、 $\rho$  中間子の共鳴エネルギーと崩壊幅を計算する。そして、それらのクォーク質量と散乱エネルギー依存性を調べ、実験値と比較し、研究方法の確からしさを調べる。

共鳴エネルギーと共鳴状態の崩壊幅は、実験可能量である散乱位相から求める方法を採用する。従って、そこには理論的に不確定な要素は一切入らず、計算は QCD のみからの第一原理計算である。散乱位相は、有限体積公式を使って、物理系のエネルギー固有値から計算する。

## 4. 研究成果

計算では PACS-CS グループによって、 $\pi$  中間子質量=410MeV と 300MeV のもとで生成されたゲージ配位を用いた。このゲージ配位では、動的 u,d,s クォークの効果は完全に取り入れられている。散乱エネルギー依存性を調べる為に種々の運動量での計算が必要であるが、本研究では 3 種類の全運動量： $p=(0,0,0)$ ,  $(0,0,1)$ ,  $(1,1,0)$  のもとで、以下の 6 つの状態の散乱位相を求めた。

- $p=(0,0,0)$   $T_1^-$  表現の基底状態
- $p=(0,0,1)$   $E^-$  表現の基底状態
- $p=(0,0,1)$ 
  - $A_2^-$  表現の基底状態と第一励起状態
- $p=(0,0,1)$ 
  - $B_1^-$  表現の基底状態と第一励起状態

散乱位相は有限体積公式を使って、エネルギー固有値から計算できる。上の 6 つの状態のエネルギーを以下のように計算した。 $T_1^-$  表現と  $E^-$  表現は基底状態のみ計算する。従って、通常のハドロンの質量を計算する場合と同じように、運動量  $p$  を持つ  $\rho$  中間子の時間相関関数の大きい時刻での振る舞いから求める。

$A_2^-$  表現と  $B_1^-$  表現では、更に第一励起状態のエネルギーも計算するが、それらは以下のように求めた。はじめに、これらの既約表現に属する以下の 2 種類の演算子を考える。

$$Q_1(t) = \pi^+(p, t) \pi^-(0, t) - \pi^+(0, t) \pi^-(p, t)$$

$$Q_2(t) = \rho(p, t)$$

ここで、 $\pi(p, t)$ ,  $\rho(p, t)$  は運動量  $p$  を持つ時刻  $t$  での  $\pi$  中間子,  $\rho$  中間子の演算子である。これらの演算子を使って、 $2 \times 2$  の相関関数行列：

$$[G(t, t_0)]_{jk} = \langle Q_j(t) Q_k(t_0) \rangle$$

を計算する。この行列を対角化し、基底状態と第一励起状態のみを含んだ時間相関関数を取り出す。最後に、それらの大きい時刻で

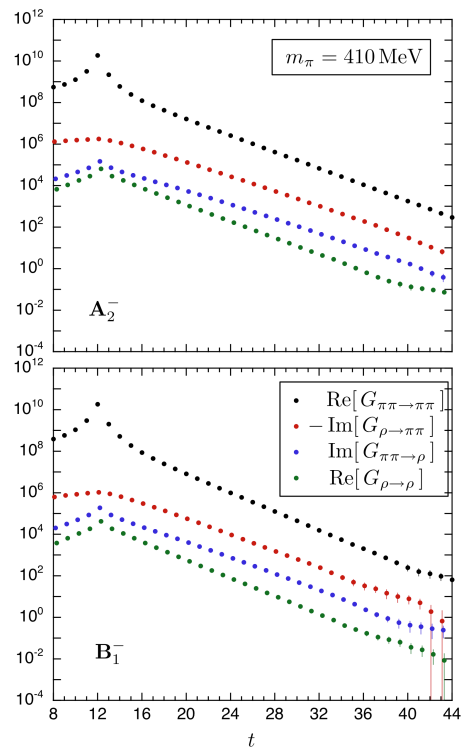


図.1 相関関数行列

の振る舞いからエネルギーを得る。

例として図.1に、 $\pi$ 中間子質量=410MeVの場合の  $A_2^-$  表現と  $B_1^-$  表現の相関関数行列の4成分をプロットした。ここで、一方の演算子を  $t_0=12$  に固定し、もう一方の演算子の時刻  $t$  を動かした。図から小さい統計誤差で各成分が求められている事がわかる。

上記の方法で6つの状態のエネルギーをそれぞれの $\pi$ 中間子質量のもとで計算した。次に、そのエネルギーから有限体積公式を使って散乱位相を求めた。そのとき、 $p=(1, 1, 0)$ の有限体積公式は、研究開始当初知られていなかったが、2008年度数値計算開始前に行った研究により作り、それを使った。

$\pi$ 中間子質量=410MeV と 300MeV のもとで得られた散乱位相  $\delta(k)$  を図.2 にプロットした。図では、横軸は重心系の2体 $\pi$ 状態のエネルギーである。縦軸は  $k^3/\tan\delta(k)$  ( $\text{GeV}^3$ ) あり、 $k$  は2体 $\pi$ 状態の散乱運動量である。

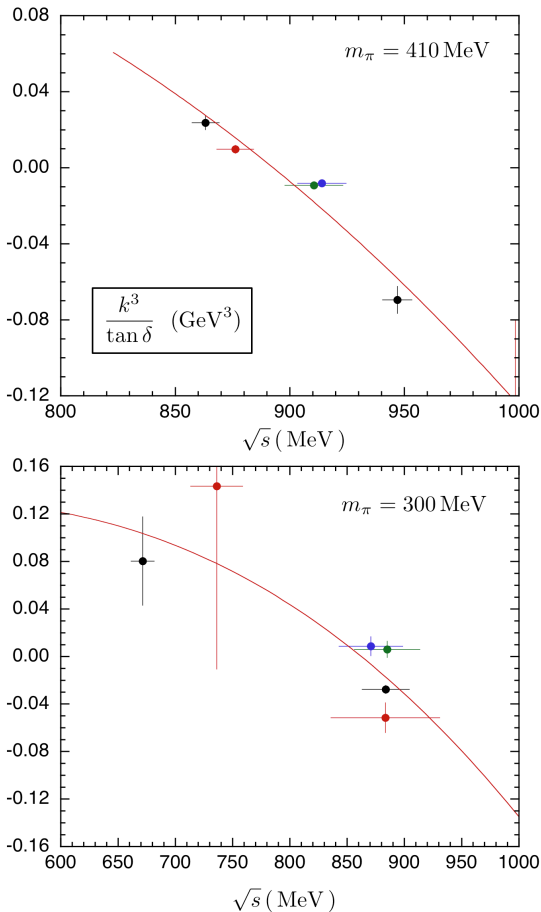


図.2 散乱位相  $k^3/\tan\delta(k)$

次に得られた散乱位相から、共鳴エネルギーと崩壊幅を求める。それには、以下のP-wave 有効長公式を用いる。

$$\frac{k^3}{\tan\delta(k)} = \frac{6\pi}{g^2} \sqrt{s} \cdot (m^2 - s)$$

ここで、 $g$  は  $\rho \pi \pi$  有効相互作用定数で、 $m$  は共鳴エネルギーすなわち  $\rho$  中間子の質量である。有効長公式を使って、我々のデータから得た  $g$  と  $m$  の値は以下である。

- ・  $\pi$  中間子質量 = 410MeV のとき  
 $g=5.53(38)$   
 $m=892.8(55)\text{MeV}$
- ・  $\pi$  中間子質量 = 300MeV のとき  
 $g=5.98(56)$   
 $m=863(23)\text{MeV}$

図.2 の赤線は有効長公式のフィッティング線である。この結果から、有効相互作用定数  $g$  のクォーク質量依存性が非常に小さいことがわかる。これはカイラル摂動論から期待されていた事である。

本研究の最終計算結果は、2010年12月に得られたものである。それに先立ち、2010年11月にETMCグループによって、彼らの $\rho$ 中間子の研究成果が発表された。彼らの計算は、本研究と異なり動的  $u, d$  クォークの効果のみ取り入れ、 $s$  クォークの効果を無視した計算である。また、アイソスピン対称性が有限格子間隔では破れている格子上のフェルミオンを用いている。彼らの計算には、これら二つの問題点がある。計算手法は我々と同じで、エネルギー固有値から散乱位相を求め、そこから相互作用定数と共鳴エネルギーを求めるものである。

図.3 では、本研究(PACS-CS)と彼ら(ETMC)の相互作用定数の結果を比較した。図.3からわかるように、完全な一致が見られている。これは、ETMCグループの計算の問題点であった動的  $s$  クォークの効果と、アイソスピン対称性の破れは、彼らの計算点では無視できる事を意味している。

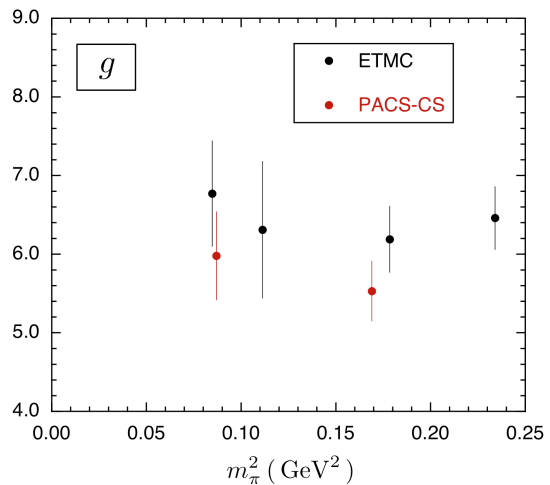


図.3 有効相互作用定数  $g$  の比較

物理点( $\pi$ 中間子質量=140MeV)での $\rho$ 中間子崩壊は $g$ を用いて

$$\Gamma = \frac{g^2}{6\pi} \frac{p^3}{M^2} = g^2 \times 4.237 \text{ (MeV)}$$

と書ける。ここで、 $p$ は物理点での2体 $\pi$ 状態の散乱運動量であり、 $M$ は物理点での $\rho$ 中間子の質量で、ここでは実験値  $M=775.5\text{MeV}$ を使った。これを使って、それぞれの質量で求められた相互作用定数から、物理点での崩壊幅の推定値を得ることができる。結果は以下である。

129(18)MeV ( $\pi$ 中間子質量=410MeV から)  
152(28)MeV ( $\pi$ 中間子質量=300MeV から)

これらは実験値 146.2(0.7)MeVをよく再現している。これは、本研究で用いた計算手法の信頼性を示すものであり、格子計算による共鳴状態の性質の研究の一つの手法とし有用であることが示されたといつてよい。今後、本研究の研究手法を、実験的に存在が明らかにはなっていない共鳴状態( $\sigma$ 、 $\kappa$ 等)に適用し、その存在の有無や崩壊幅の予言などの発展が期待される。また、その存在と性質が実験によって明らかである共鳴状態に対しも、より深い性質の理解の為に、本研究の研究手法が有用であると考えられる。

本研究の研究成果は、2011年7月に論文投稿予定である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

①

N. Ishizuka (他 12 名、3 番目)、  
Calculation of  $\rho$  meson decay width from the PACS-CS configurations、  
PoS(LAT2010)108、査読無し、2010年

②

N. Ishizuka、  
Derivation of Luscher's finite size formula for N pi and NN system、  
PoS(LAT2009)119、査読無し、2009年

③

K. Sasaki、N. Ishizuka、T. Yamazaki、M. Oka、  
S-wave pi K scattering length from lattice QCD、PoS(LAT2009)098、査読無し、2009年

④

K. Sasaki and N. Ishizuka、  
I=2 Two-pion wave function and scattering phase shift、  
Physical Review D、査読有り、78 巻、2008年、014511-1 頁~014511-12 頁

[学会発表] (計 2 件)

① 石塚成人、

Calculation of Rho meson decay width from the PACS-CS configurations、  
日本物理学会 2010 年 秋季大会、  
2010 年 9 月 12 日、九州工業大学(福岡県)

② 石塚成人、

核子-中間子、核子-核子散乱位相の格子 QCD 計算のための有限体積公式の導出、  
日本物理学会 2009 年 秋季大会、  
2009 年 9 月 12 日、甲南大学(兵庫県)

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

石塚成人 (ISHIZUKA NARUHITO)  
筑波大学・大学院数理物質科学研究科  
准教授

研究者番号： 70251030