

機関番号：82118

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540288

研究課題名 (和文) オーバーラップフェルミオンを用いた格子QCDによるバリオン散乱の研究

研究課題名 (英文) A Lattice QCD Study on Baryon Scatterings using Overlap Fermion

研究代表者

森松 治 (MORIMATSU OSAMU)

大学共同利用機関法人高エネルギー加速器研究機構・素粒子原子核研究所・准教授

研究者番号：60210184

研究成果の概要 (和文)：オーバーラップフェルミオンの定式化を用いた格子 QCD により $I=2$ の $\pi\pi$ 散乱長を研究した。有限体積効果の補正を行った後、得られた結果はカイラル摂動理論の NNLO の予言と矛盾しない。物理的な π 中間子質量へ外挿した散乱長は、実験値と一致する。NNLO のカイラル摂動展開の低エネルギー定数も求めた。また、最近 KEK の Belle 共同研究によって発見された $Z(4430)$ の構造についての知見を得ることを目的として、ウィルソンフェルミオンの定式化を用いた格子 QCD により D_1 反 D^* , D 反 D_0^* , $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ 中間子散乱長の研究を行った。すべてのチャンネルで相互作用は引力的であった。ルシヤーの公式を用いることにより、引力が、 D_1 反 D^* , D 反 D_0^* チャンネルでは束縛状態を作るが、 $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ チャンネルでは束縛状態を作らないことを暫定的に結論した。

研究成果の概要 (英文)：We studied the $I=2$ $\pi\pi$ scattering length by lattice QCD using the overlap fermion formulation. After correcting finite volume effects, obtained results are consistent with the prediction of the next-to-next-to-leading order (NNLO) chiral perturbation theory. The scattering length extrapolated to the physical pion mass coincides with the experimental value. We also obtained a low-energy constant of the NNLO chiral perturbation expansion. We also studied D_1 anti- D^* , D anti- D_0^* , $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ scattering lengths by lattice QCD using Wilson fermion formulation in order to obtain a hint about the structure of $Z(4430)$ which was found by Belle collaboration at KEK. We found attraction in all channels. Using the Lüscher's formula we tentatively conclude that attraction form bound states in D_1 anti- D^* , D anti- D_0^* channels but not in $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ channels.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：ハドロン物理

科研費の分科・細目：物理学，素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子 QCD，ハドロン相互作用，エキゾチックハドロン

1. 研究開始当初の背景
ハドロンの相互作用を理解することは、強い相互作用の物理の最も重要な課題の一つで

ある。
ハドロンの相互作用の最も古くから知られるものは、核子-核子相互作用すなわち核

力であり、核力の理論的研究には、湯川秀樹以来の長い歴史がある。

湯川秀樹によって提唱されたように、核子間の距離が大きいつきには、核力は、1個の π 中間子の交換によって理解されるが、核子間の距離が短くなるにつれて、2個あるいはそれ以上の π 中間子の交換やより重い中間子の交換が重要になり、系統的な理解は困難であると思われてきた。ところが、S. Weinbergによって、ハドロンの運動量についての展開として有効ラグランジアンを構成することにより、ハドロンの散乱を運動量の展開として系統的に記述する理論、カイラル摂動理論あるいは低エネルギー有効理論、が提唱された。しかし、有効ラグランジアンは各項の係数は理論的には決められず、実験から決めなければならないという点において、理論的に不満足である。

現在では、強い相互作用の基礎理論はQCDであると確立しているため、ハドロンの相互作用をQCDから理解することが現代的課題である。ハドロンの相互作用はQCDの非摂動現象であり、モデル等によらずに解析するためには、格子QCDによるシミュレーションがほとんど唯一の方法である。

M. Lüscher は、無限体積における2個のハドロンの散乱長と、有限体積における2個のハドロンのエネルギーの無限体積からのずれを与える式(Lüscherの公式)を与えた。Lüscherの公式に基づいて、ハドロンの散乱長の計算がいくつかの研究グループによって行われ始めた。これらの計算は、非常に先駆的ではあったが、当時の計算機能力の限界により、クォークループの効果を見捨てるクエンチ近似と呼ばれる近似がゲージ場の配位の生成において用いられた。また、以下に述べる格子QCDにおけるカイラル対称性の問題があった。

格子QCDには、Nielsen-二宮によるNo-Go定理が存在し、2+1フレーバーの近似的なカイラル対称性を持つ現実的なモデルを作ることは困難であった。

また、格子QCDによるシミュレーションは非常に大きな計算機資源を要求し、これまでの最速の計算機でも十分ではなかった。これらの制約により、これまで、1個のハドロンのについても現実的な計算は困難であった。

カイラル対称性は、閉じ込めと並んで、QCDの最も重要な性質の一つであり、特に、低エネルギーのハドロンの相互作用に非常に重要な役割を果たす。

したがって、現実的な理論的計算を行うためには、カイラル対称性を可能な限り尊重する定式化に基づく必要がある。

最近、D. Kaplanによるドメインウォールフェルミオン、H. Neubergerによるオーバーラップフェルミオンが提唱され、No-Go定

理の困難を回避し、現実的なカイラル対称性を持った格子フェルミオンの定式化がなされた。また、計算機能力は大きく向上した。これらの発展により、現実的な格子QCDのシミュレーションを行うことにより、強い相互作用の基礎理論であるQCDに基づいてハドロンの相互作用を理解する可能性が芽生え始めた。

また、近年、LEPSによって Θ^+ 、KEKのBelle collaborationによって、X, Y, Z(4430)等の新粒子の発見が報告された。さらに、2011年、Z(4430)の $c\text{ anti-}c$ を $b\text{ anti-}b$ で置き換えたと考えられるZb(10610)、Zb(10650)もKEKのBelle collaborationによって報告されている。従来のバリオンやメソンが qqq , $q\text{ anti-}q$ として理解されるのに対して、これらの新粒子は $qqq, q\text{ anti-}q$ として理解することは困難で、エキゾチックなハドロンの候補と考えられている。これらの新粒子がエキゾチックなハドロンであることが確立すれば強い相互作用の新たな存在形態であり、エキゾチックなハドロンを理論的に解明することは、新たなチャレンジである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、格子QCDによってハドロンの散乱長を計算することにより、ハドロンの相互作用を理論的に解明することである。

(1) I=2 $\pi\pi$ 散乱

格子QCDによってハドロンの散乱長を計算するにあたり、I=2の $\pi\pi$ は、最も簡単な系であり、カイラル対称性が重要な役割を果たす。そこで、まず、オーバーラップフェルミオンの定式化を用いることにより、現実的なカイラル対称性を持った格子QCDのシミュレーションを行い、I=2の $\pi\pi$ 散乱長を計算する。その結果をnext-to-leading order (NLO)及びnext-to-next-to-leading order (NNLO)のカイラル摂動理論の予言と比較することによりカイラル摂動理論の適用範囲を明らかにする。また、カイラル摂動展開に含まれるパラメーター(低エネルギー定数)を決定する。

(2) $D_1\text{ anti-}D^*$, $D\text{ anti-}D_0^*$, $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ 散乱

近年、KEKのBelle collaborationによって、X, Y, Z(4430)等の新粒子が報告された。この中でも、特にZ(4430)は、チャーモニウムと π に崩壊することから、 $c\bar{c}u\bar{d}$ を含むことが確からしいと考えられる。Z(4430)の存在が確立すれば、初めての確かなテトラクォーク状態となる。我々はZ(4430)の構造についての知見を得るための第一歩として、Z(4430)と同じ量子数を持ち、 $c\bar{c}$ を含む $D_1\text{ anti-}D^*$, $D\text{ anti-}D_0^*$, $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ のS波の散乱長を計算する。

なお、当初の目的では、オーバーラップフェルミオンの定式化を用いてバリオン-バリオン散乱長を計算することをあげていたが、JLQCD グループがオーバーラップフェルミオンを用いて生成したゲージ配位は、バリオン散乱長の計算に用いるには体積が十分ではないことがわかったので、今回は行わないことにした。

3. 研究の方法

研究方法は以下の通りである。

M. Lüscher は、無限体積における2個のハドロンの散乱長 a と、有限体積 L^3 における2個のハドロンのエネルギーの無限体積からのずれに関する以下の関係を与えた。

$$e^{i\delta_0(k)} = \frac{Z_{00}(1:q^2) + i\pi^{3/2}q}{Z_{00}(1:q^2) - i\pi^{3/2}q}, \quad (\bar{q} = \frac{L}{2\pi}\bar{k})$$

この関係式は、以下のように書き直すこともできる。

$$k \cot \delta_0(k) = \frac{2}{\pi^{1/2}L} Z_{00}(1:q^2), \quad (\bar{q} = \frac{L}{2\pi}\bar{k})$$

ここで、 \bar{k} は重心系におけるハドロンの運動量 ($\Delta E = (m_h^2 + k^2)^{1/2} + (m_h^2 + k^2)^{1/2}$), δ_0 は S 波の位相差, $Z_{00}(1:q^2)$ はツェータ関数である。また、 $a_0 L$ に関して展開した以下の式もよく用いられる。

$$\Delta E = -\frac{2\pi a_0}{\mu L^3} \left\{ 1 + c_1 \frac{a_0}{L} + c_2 \frac{a_0^2}{L^2} + O\left(\frac{1}{L^3}\right) \right\}$$

ここで、 a は散乱長, μ は2個のハドロンの換算質量, c_1, c_2 は数値係数である。

格子 QCD によって、有限体積 L^3 における2個のハドロンのエネルギーの無限体積からのずれを計算することによって、2個のハドロンの散乱長を計算することができる。

ハドロンの2点関数及び4点関数は、

$$C_h(t_2, t_1) = \langle O_h(t_2) O_h^\dagger(t_1) \rangle$$

$$C_{hh'}(t_4, t_3, t_2, t_1) = \langle O_h(t_3) O_{h'}(t_4) O_{h'}^\dagger(t_2) O_h^\dagger(t_1) \rangle$$

で与えられる。ここで、 $\langle \dots \rangle$ は、ゲージ場による統計平均を表す。また、 $O_h(t)$ は運動量ゼロのハドロ演算子であり、例えば、 π^+ に対して

$$O_{\pi^+}(t) = \sum_{\mathbf{x}} u(\mathbf{x}, t) \gamma_5 \bar{d}(\mathbf{x}, t)$$

ととる。時間 t が大きいとき、2点及び4点関数は次のように振る舞う。

$$C_h(t, 0) = Z_h \exp(-m_h t) + \dots$$

$$C_h(t+1, 1) = Z_h \exp(-m_h t) + \dots$$

$$C_{hh'}(t+1, t, 1, 0) = Z_{hh'} \exp(-E_{hh'} t) + \dots$$

ここで、 $m_h, m_{h'}$ は、ハドロンの質量, $E_{hh'}$ は、有限体積 L^3 における2個のハドロンのエネルギーである。

したがって、2点関数と4点関数の比を算することにより、有限体積における2個のハドロンの系のエネルギーとハドロンの質量の和との差が得られる。

$$R(t) = \frac{C_{hh'}(t+1, t, 1, 0)}{C_h(t, 0) C_{h'}(t+1, 1)} = \frac{Z_{hh'}}{Z_h Z_{h'}} \exp(-\Delta E t) + \dots$$

バリオンの2点関数及び4点関数は、クォークの伝搬関数 D^{-1} のそれぞれ3個及び6個の積の統計平均で与えられる：

$$C_h \sim \langle D^{-1} D^{-1} D^{-1} \rangle, \quad C_{hh'} \sim \langle D^{-1} D^{-1} D^{-1} D^{-1} D^{-1} D^{-1} \rangle$$

I=2 の $\pi\pi$ 散乱長の計算では、カイラル対称性を尊重するオーバーラップフェルミオンの定式化を用いる。オーバーラップフェルミオンの定式化においてディラック演算子は、次のように与えられる。

$$D_{\text{overlap}} = \frac{1}{Ra} \left(1 + \frac{A}{\sqrt{A^\dagger A}} \right)$$

ここで、 R は γ_5 と可換な局所演算子, a は格子間隔, $A = -M_0 + aD_W$, M_0 はクォークの質量, D_W は、ウィルソンフェルミオンの定式化におけるゼロ質量の時のディラック演算子である。

格子 QCD によるハドロンの散乱長の計算は次の3つのステップからなる。

①ゲージ場の配位の生成

②クォークの伝播関数の計算

③バリオンの2点関数及び4点関数の計算

この3つのステップのうち、①ゲージ場の配位の生成、②クォークの伝播関数の計算の部分は、非常に大規模の計算となるので、高エネルギー加速器研究機構のスーパーコンピュータ (IBM Blue Gene) を用いて行う。また、③バリオンの4点関数の計算及び結果の解析は、ワークステーションを用いて行う。

4. 研究成果

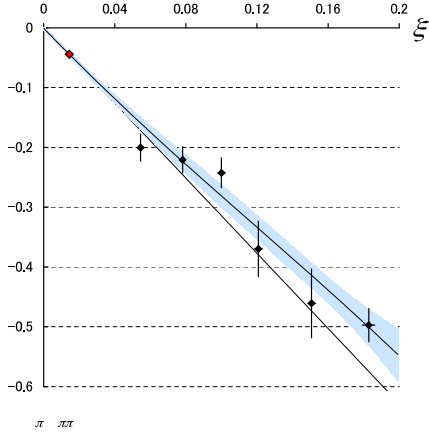
(1) I=2 $\pi\pi$ 散乱

JLQCD がオーバーラップフェルミオンの定式化を用いて生成した100個のゲージ場の配位を用いて、有限体積 L^3 におけるI=2の $\pi\pi$ のエネルギーの無限体積からのずれを計算した。得られたエネルギーから、Lüscherの公式を用いて、散乱長を計算し、有限体積効果による補正を施した。得られた結果をNNLOのカイラル摂動理論の予言

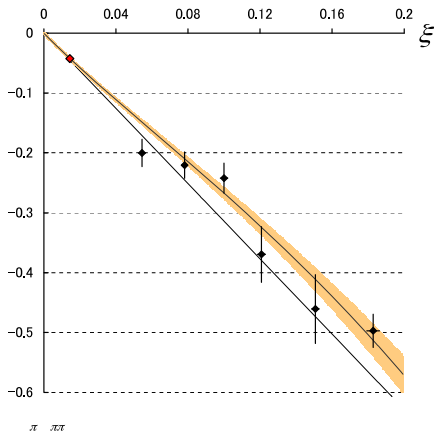
$$m_\pi a_{\pi\pi} = -\pi\xi \{ 1 + \xi(\ln\xi + l_{\pi\pi}^{(1)}) \}$$

$$+ \xi^2 \left(-\frac{31}{6} (\ln\xi)^2 + l_{\pi\pi}^{(2)} \ln\xi + l_{\pi\pi}^{(3)} \right) + O(\xi^4)$$

と比べたものが以下の図である。



比較のために、NLOのカイラル摂動理論の結果と比べたものが以下の図である。



我々の結果は、NLOとNNLOのカイラル摂動理論のどちらの予言とも矛盾しないが、NNLOのカイラル摂動理論とよりよく一致する。NNLOのカイラル摂動理論が成り立つと仮定して、実際のパイ中間子質量を外挿して以下のI=2 $\pi\pi$ 散乱長を得た。

$$m_\pi a_{\pi\pi} = -0.04410(69)(18)$$

ここで、一番目、二番目の括弧の中の数字は、それぞれ、統計誤差、系統誤差を表す。この結果は実験値とよく一致する。また、NNLOのカイラル摂動理論のパラメーター（低エネルギー一定数）として以下の値を得た。

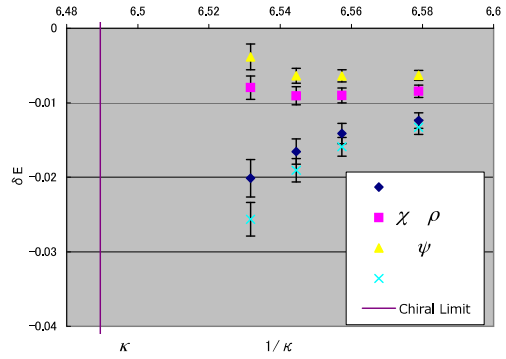
$$l_{\pi\pi}^{(1)} = 5.8(1.2), \quad l_{\pi\pi}^{(3)} = -6.8(6.9)$$

ここでは、統計誤差のみを示している。

これらの結果は、論文 (arXiv:1108.2970) としてまとめ、現在投稿中である。

(2) $D_1 \text{ anti-}D^*$, $D \text{ anti-}D_0^*$, $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ 散乱
我々自身がウィルソンプエルミオンの定

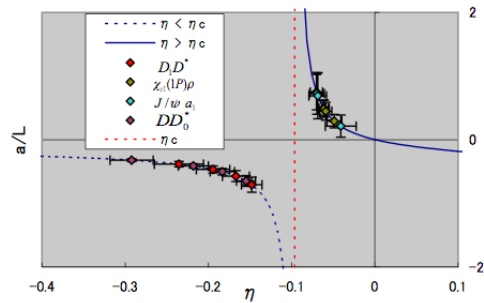
式化を用いて生成した2000個 ($L=24$), 3000個 ($L=16$) のゲージ場の配位を用いて計算した有限体積 L^3 における2個のハドロンのエネルギーの無限体積からのずれは以下の図のようになる。



このエネルギーのずれから、Lüscherの公式

$$\frac{2}{\pi^{1/2}L} Z_{00}(1:q^2) = k \cot \delta_0(k) \sim -\frac{1}{a}$$

を用いて計算された散乱長は以下の図のようになる。



$J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ チャンネルでは、散乱長が正であるのに対して、 $D_1 \text{ anti-}D^*$, $D \text{ anti-}D_0^*$ チャンネルでは、散乱長が負である。このことは、後者のチャンネルに束縛状態が存在することを示唆している。軽いクォークの質量を物理的な値に外挿した結果、束縛状態のエネルギーは以下のように求められた。

$$E_{D_1 \bar{D}^*} = -55 \pm 12 \text{ MeV}, \quad E_{D \bar{D}_0^*} = -81 \pm 11 \text{ MeV}$$

$J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ チャンネルには、束縛状態はせず、最終的にカイラル外挿によって以下の散乱長を得た。

$$a_0(\chi_{c1}\rho) = 1.07 \pm 0.24, \quad a_0(J/\psi a_1) = 0.77 \pm 0.21$$

軽いクォークの質量を変えたとき、 $J/\psi a_1$, $\chi_{c1}\rho$ の散乱長はほとんど変わらないが、 $D_1 \text{ anti-}D^*$, $D \text{ anti-}D_0^*$ の束縛エネルギーは有意に変化する。このことは、 $D_1 \text{ anti-}D^*$, $D \text{ anti-}D_0^*$ を束縛させるのに π 中間子の交換が

重要な寄与を与えていることを示唆している。

これらの結果については、現在論文を準備中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ①Takuya Yagi, Osamu Morimatsu, Munehisa Ohtani and Shoji Hashimoto
I=2 $\pi\pi$ scattering length with dynamical overlap fermion
arXiv:1108.2970, 査読無, 2011年8月

[学会発表] (計3件)

- ①矢木拓也, 大谷宗久, 橋本省二, 森松治
「チャームクォークを含む中間子系の散乱長の格子QCD計算」日本物理学会2011年秋季大会, 2011年9月19日, 弘前大学
- ②矢木拓也, 大谷宗久, 橋本省二, 森松治
「格子QCDによるチャーム中間子散乱」日本物理学会第66回年次大会, 2011年3月25日~28日, 震災により概要集での発表
- ③Takuya Yagi, Osamu Morimatsu, Munehisa Ohtani and Shoji Hashimoto
‘Charmed-Meson Scattering in Lattice QCD’ Third Joint Meeting of the Nuclear Physics Divisions of the American Physical Society and the Physical Society of Japan, October 16, 2009, Waikoloa, Hawaii, USA

6. 研究組織

(1) 研究代表者

森松 治 (MORIMATSU OSAMU)

大学共同利用機関法人高エネルギー加速器研究機構・素粒子原子核研究所・准教授
研究者番号：60210184

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし