

自己評価報告書

平成23年 5月11日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2012

課題番号：20540372

研究課題名(和文)

ランダム行列の普遍性と半古典量子論

研究課題名(英文)

Universality of Random Matrices and Semiclassical Quantum Theory

研究代表者

永尾 太郎 (NAGAO TARO)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：10263196

研究分野：数理物理・物性基礎

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：ランダム行列、半古典量子論

1. 研究計画の概要

ランダム行列理論の応用において重要な普遍性の理解を深める。そのために、行列サイズが大きい極限におけるランダム行列の振る舞いについて、直交多項式の方法などを用いて調べる。また、量子カオス系や複雑ネットワークにおける普遍性の成り立ちを明らかにするために、半古典量子論や場の理論的な方法を用いた解析を進める。

2. 研究の進捗状況

実非対称行列のランダム行列アンサンブルについては、実固有値と複素固有値が共存する複雑な構造のため、固有値相関の扱いが困難であった。本研究においては、実非対称行列の非対称性の大きさをパラメータとするランダム行列アンサンブルについて、直交多項式の方法による解析を進めた。その結果、実非対称行列のアンサンブルと実対称行列のアンサンブルの間を結ぶ固有値相関関数の表式を得た。また、行列のサイズが大きい極限における固有値相関関数の漸近的な振る舞いを導くことにも成功した。

一方、量子カオス系に対して半古典的なダイアグラム展開の方法を適用して、普遍的な性質を再現する研究も進めている。ランダム行列理論の予言によれば、エネルギー準位の高次相関関数は、時間反転非対称な系については行列式の構造を、時間反転対称な系についてはパフィアの構造をもつ。本研究では、時間反転非対称な系において、行列式の形の表式を半古典的に導出できた。さらに、時間反転対称な系の高次相関関数を半古典的に評価することを試みている。

また、量子系の時間反転対称性が破れるときに準位分布の普遍性クラス間の遷移が生

じることに注目して、遷移を記述する相関関数を半古典的に評価した。この場合においても、対応するランダム行列モデルの結果と一致する相関関数の表式が導かれた。また、時間反転対称性が破れる場合において、エネルギー準位相関の普遍性が量子系の時間発展にどのように反映されるかを考察した。さらに、電子スピンの効果により普遍性クラス間の遷移が生じる場合を調べ、遷移領域における電気伝導を半古典的に記述した。

インターネットや人間関係などのつながり方を記述すると考えられている複雑ネットワークの理論に対しても、ランダム行列理論の方法を適用できる。本研究では、複雑ネットワークの隣接行列およびラプラシアン行列について、平均次数(1つの頂点から出る辺の数の平均)が大きい極限では固有値分布を解析的に評価できる理由が解明された。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由) 量子カオス系におけるエネルギー準位相関関数が行列式の形をとることの半古典的な説明など、普遍性の成り立ちの解明につながると期待できる成果が着実に得られている。

4. 今後の研究の推進方策

ランダム行列の普遍性は、直交多項式の漸近形の振る舞いに密接に関係している。異なるランダム行列を連続変形によりつなぐ場合などについて、この関係の研究をさらに進展させたい。また、連続変形の一般論を構成することにより、ランダム行列理論が現在知られているよりも豊かな内容を含むことを明らかにしたい。

ランダム行列の連続変形の普遍性は、エネルギー準位統計を通じて量子系の時間発展に反映されることが、これまでの研究より明らかになった。そこで、量子系の時間発展の普遍性について、一般的な枠組みにより議論することを試みる。また、時間反転対称な量子カオス系のエネルギー準位相関関数がなぜパフィアンの構造をとるかを、半古典量子論の立場から追求する。

複雑ネットワークの隣接行列やラプラシアン行列については、固有値分布のゆらぎや固有ベクトル分布について場の理論的な方法による解析を行い、普遍的な振る舞いが生じる原因を明らかにしたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

(1) Keiji Saito and Taro Nagao, Chaotic transport in the symmetry crossover regime with a spin-orbit interaction, Phys. Rev. B, 査読有, 82 巻, 2010 年, 125322

(2) Keiji Saito, Taro Nagao, Sebastian Müller and Petr Braun, Semiclassical theory for universality in quantum chaos with symmetry crossover, J. Phys. A: Math. Theor., 査読有, 42 巻, 2009 年, 495101

(3) Taro Nagao and Sebastian Müller, The n -level spectral correlations for chaotic systems, J. Phys. A: Math. Theor., 査読有, 42 巻, 2009 年, 375102

(4) Peter J. Forrester and Taro Nagao, Skew orthogonal polynomials and the partly symmetric real Ginibre ensemble, J. Phys. A: Math. Theor., 査読有, 41 巻, 2008 年, 375003

[学会発表] (計6件)

(1) 永尾太郎, スピン系の量子輸送と球面上のブラウン運動, ランダム作用素のスペクトルと関連する話題, 平成22年12月9日, 慶應義塾大学

(2) 永尾太郎, 実非対称ランダム行列の固有値分布, 日本数学会2010年度秋季総合分科会, 平成22年9月22日, 名古屋

大学

(3) Taro Nagao, Determinantal spectral correlations for chaotic systems, Workshop “Spectra of random operators and related topics”, 平成21年12月3日, 京都大学

(4) 永尾太郎, Spectral density of the adjacency matrices of complex networks, ランダム作用素のスペクトルと関連する話題, 平成20年11月27日, 京都大学

(5) Taro Nagao, Eigenvalue correlations for the real Ginibre ensemble, Workshop on “Random matrices, special functions and related topics”, 平成20年11月14日, 京都大学

(6) Taro Nagao, Vicious walks and matrix models, Workshop on “Random tilings, random partitions and stochastic growth processes”, 平成20年9月3日, Université de Montréal