

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 5 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2012

課題番号：20540376

研究課題名（和文） 大偏差統計解析の新たな展開

研究課題名（英文） New developments in large-deviation statistics

研究代表者

宮崎 修次 (MIYAZAKI SYUJI)

京都大学・大学院情報学研究科・講師

研究者番号：50284170

研究成果の概要（和文）：カオス的に変動する量の大きな揺らぎを特徴づける関数は定義に従って実験データから数値的に求めるのが従来の手法であるが，その関数の従う運動方程式のようなものを一旦導出し，それを解くという，より高精度の導出方法を提案した．また，大きな揺らぎを特徴づける枠組みを用いて，現実世界の様々なところに現れる複雑ネットワークの上のランダムウォークを解析し，ネットワークの特徴的な局所構造と大きな揺らぎの関係を調べた．

研究成果の概要（英文）：A better numerical method of obtaining large-deviation statistics, ‘equations of motion’ of which are derived and solved, is proposed, compared with a conventional calculation method from experimental time series according to the definition of those statistics. The large-deviation statistics are applied to complex network, and relationships between characteristic local structures and large fluctuations are studied.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	200,000	60,000	260,000
2010 年度	400,000	120,000	520,000
2011 年度	400,000	120,000	520,000
2012 年度	500,000	150,000	650,000
総計	2,000,000	600,000	2,600,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 ・ 数理物理・物性基礎

キーワード：非平衡・非線形物理学，物性基礎論，統計力学

### 1. 研究開始当初の背景

カオスの研究は，Poincare の天体力学，Boltzmann の気体分子運動論，そして Reynolds に始まる乱流の研究にその源流を辿ることができ，最近の電子計算機の発達で数値計算を用いた研究手法が急速に進展して，カオスの普遍性が広く認識されるようになった．カオスの量子化の困難さなど古典論と量子論との整合性や古典統計力学の基礎

をなすエルゴード仮説とカオスとの関連などに目が向けられ，現代の物理学の根幹に関わる部分でカオスが重要な役割を果たしていることは疑いない．拡散の研究において，2005 年は Fick 則導出から 150 年，Einstein の拡散に関する論文出版から 100 年を経た記念の年である．現在では，基礎的な研究のほか，生物学における異常拡散の解釈，ヒト組織におけるフォトンの拡散，原子や生態系及び社会現象における拡散の類似性など応用

分野も活発に研究されている。花粉の運動の観察に始まる拡散の研究がカオス力学系に基づく決定論的視点を得て大いに発展した点は注目に値する。散逸カオス力学系の大きな特徴は、不規則な時系列とフラクタル構造を持ったアトラクタが対となって現れることである。この相空間の複雑な幾何学的構造と不規則な動力学の対応関係を敷衍して、グラフ・ネットワークの構造に対応する動力学を導くことができる。その上で、カオス力学系の解析手法を用いてネットワークを解析し、従来の視点では得られない新たな知見を得ることを目指した。複雑な形、複雑なネットワーク構造には面白い不規則動力学を対応づけることができるものと期待した。特に、ネットワーク上の運動を拡散と対比させながら特徴付けることを目指した。既に、このような視点に基づいて、少数のノードからなる単純な有向グラフを解析し、グラフの局所構造を大きな揺らぎと関連付けて捉えることに成功したので、スモールワールド性やスケールフリー性を持つ各種の複雑ネットワークの解析に移りたいと考えた。このような複雑ネットワークの実例は経済、マーケティング、流行現象、感染症伝播、社会の合意形成、生態系、遺伝子など枚挙に暇がない。統計物理学に基づいた決定論的カオスや拡散現象の基礎的研究を続けると同時に、ネットワーク解析やグラフ理論への工学的応用といった問題を研究することを目指した。更に、カオス、乱流、複雑ネットワーク等の複雑な系に埋め込まれた不安定周期軌道等の周期構造が複雑現象の統計にどのように寄与しているのかという観点での研究も目指した。

## 2. 研究の目的

(1) カオス力学系としての複雑ネットワークの大偏差統計解析：カオス力学系では、アトラクタの幾何学的構造を反映して、各時刻での軌道不安定性を現す軌道拡大率が大きく揺らぐ。その平均値がリヤプノフ指数であり、それが正となることが、実用的なカオスの判定条件である。系の非双曲性や分岐点近傍の長時間相関などによる大きな揺らぎを捉えるために、軌道拡大率の有限時間での平均量（有限時間リヤプノフ指数）の統計を考察するという大偏差統計理論に基づいた研究の蓄積がある。（藤坂博一、非平衡系の統計力学、(1998) 産業図書。森肇・蔵本由紀、散逸構造とカオス、(1994) 岩波書店。）有向グラフの確率行列表現と区分線形一次元写像のフロベニウス・ペロン演算子の行列表現を対応させることで、有向グラフの構造を力学系と関連付けることができるが、このとき、各ノードから発する矢印の数は線形写像の傾きに対応する。この矢印数の対数の粗視量が有限

時間リヤプノフ指数に相当し、長時間平均がリヤプノフ指数となる。従って、ネットワークに対応するカオス力学系の有限時間リヤプノフ指数の大偏差統計解析を行うことは、ネットワークの次数の揺らぎを動的に捉えることになる。これは、各ノードの訪問頻度を反映した次数の揺らぎで、様々なネットワーク上の軌道について平均をとることで得られる。この点は幾何学的な統計である枝分かれ数の分布（次数分布）とは大きく異なり、これまで調べられていない次数に関する統計だといえる。複雑ネットワークの次数や他の力学量の大偏差統計にどのような特徴があるのか解明したい。

(2) 不安定周期軌道による統計量の表現：カオスは可算無限個の不安定周期軌道という確たる骨格を持つ。これが粗視量の統計則に影響を与える。ネットワークの大偏差統計を不安定周期軌道で表現したい。ネットワークの統計量はそれを表現する確率行列（遷移行列）や大偏差統計解析で利用する一般化フロベニウス・ペロン行列の固有値問題を解くことで得られるが、ノード数の大きな大規模ネットワークでは対応する次元の大きな行列の固有値問題を扱うことになり、困難に直面する。不安定周期軌道による統計量の表現は大きなネットワークの統計量を求めるのに役立つと考えられる。マルコフ鎖でも表現できるグラフは Kalman's map と呼ばれるカオスの区分線形写像と対応付けられるが (R.E. Kalman, Proc. Symp. Nonlinear Circuit Analysis VI, pp.273-313), 任意の確率過程に対応するカオス力学系を作ることができるであろうか。これが可能であれば、不安定周期軌道を用いた確率過程の一般的な近似理論が可能となる。確率過程とカオスとの対応付けの一般化についても考察したい。

(3) 決定論的拡散の大偏差統計解析：複雑ネットワーク上の運動は決定論的拡散と対比させることができる。特に、スケールフリー性を持つネットワーク上の運動は長時間相関を持ち、平均自乗変位が時間に比例しない異常拡散が現れるものと期待できる。ネットワークの対応物であるカオスの区分線形写像を含めた一般的な決定論的拡散（カオス拡散）を呈する系の速度の揺らぎの大偏差統計特性を明らかにしたい。特に、平均速度から最も大きく外れた弾道的運動の速度の制御変数依存性を解明したい。先行研究で、区分線形写像の場合は弾道的速度の写像の傾きに対する依存性のグラフが悪魔の階段状になることがわかった。このような依存性と不安定周期軌道との関連を明らかにするとともに、決定論的拡散を呈する様々な系を解析し、このような依存性が普遍的か否かをはっ

きりさせたい。拡散係数の制御変数依存性については Klages と Dorfman が解析し、至る所連続であるが微分不可能な高木関数のようになることを見出し、フラクタル拡散係数と名づけた。(R. Klages and J. R. Dorfman, Phys. Rev. Lett. **74**, 387 (1995).) 拡散係数は無限個の不安定周期軌道と関連しているが、弾道的速度は単一の不安定周期軌道のみを考えればよいので解析が容易だと思われるが、弾道的速度の制御変数依存性に関しては先行研究がない。拡散係数や弾道的速度に限らず、速度の大偏差統計解析に現れる諸種の統計構造関数の制御変数依存性にも同様の特異な形状が現れることが期待できる。この形状を具体的に求めてみたい。

### 3. 研究の方法

本研究は理論構築・解析と数値シミュレーションからなり、研究代表者自身が大規模施設・実験設備を用いた実験を行わない。

### 4. 研究成果

- (1) 射影演算子法と時間遅れ座標を用いた時間相関関数の近似計算法を提案した。可解カオス写像を用いて、厳密な時間相関関数とこの近似法の結果を比較した。時間遅れの幅を大きくすること、近似した時間相関関数は厳密なものに指数関数的に収束する。この収束の仕方を利用した外挿を行うと、定義通りに数値計算により求めたものよりも極めて正確な時間相関関数が得られる。この手法を用いて、様々なカオス写像の時間相関関数を求めるとともに、フラクタル拡散係数と呼ばれる、高木関数のような拡散係数の制御変数依存性を高精度で得られることを示した。
- (2) (1)の近似法を時間揺動を特徴づける大偏差統計関数の数値計算方法に拡張した。時系列から定義に従って数値計算によりレート関数を求めると、有限サイズの影響が現れ、レート関数が値を持つ範囲が厳密なレート関数よりも狭まる。提案する計算法は大偏差統計関数が従う運動方程式のようなものを解くことにあたり、有限サイズ効果を受けにくい。軌道拡大率のレート関数が区分線形な関数形となる可解カオス写像を用いて、定義に従った数値計算と提案する計算方法を厳密なレート関数と比較し、提案法が定義通りの数値計算よりも広い範囲でレート関数をより正確に得られることを示した。
- (3) ワッツ・ストログッツのsmall-world

ドネットワークモデルの確率遷移行列の固有値統計を解析した。同モデルのリンク繋ぎ換え確率を0から1まで変化させると、最近接固有値間隔分布は交差型から非交差型に変わることを示した。small-world状態では、最大固有値と第二固有値の差はリンク繋ぎ換え確率に比例する。この関係式はネットワーク上の酔歩による時間相関の減衰時間とショートカットの一端に到達する平均時間を等しいとみなすことにより得られる。これは確率遷移行列の固有値統計とネットワークの構造特性を結びつける一つの例となっている。

- (4) グラフ上の酔歩に関する大偏差統計解析を行うと、ある種の相転移が現れ、この相がグラフの局所構造と関連していることを示した。確率遷移行列やフロベニウス・ペロン演算子を大偏差統計解析の枠組みで拡張し、一般化された確率遷移行列、あるいは、一般化フロベニウス・ペロン演算子の最大固有値から大偏差統計関数が得られる。最大固有値に対応する固有ベクトルは統計力学におけるギブスの確率測度に対応するが、これがグラフの特徴的な構造を捉える上で有用であることを示した。実例として、日本の商用SNSのある利用者から距離2以内の利用者から2271ノードのグラフを構成した。利用者はさまざまな対象に対する興味の有無をプロフィールとして指定しているが、これをノードごとに与えられたノード特性量とした。例えば、ファッションや料理に対する興味の有無を0と1で表すことにする。グラフ上の酔歩により、訪問したノードの特性量を訪問順に並べるとカオス的な時系列が得られ、これの大偏差統計関数を求めることができ、相転移が現れる。この相とグラフの局所構造との対応を示した。
- (5) カオス写像の軌道拡大率の大偏差統計解析を行うときに現れる、一般化フロベニウス・ペロン演算子の行列表現の特別な場合を隣接行列とする有向グラフを構成することができる。そのネットワーク統計量はカオスの様々な分岐点近傍の特徴的な揺らぎを反映する。この取り扱いのもとで、カオスは有限個の限られた不安定周期軌道の間での不規則な遷移現象として記述できる。具体例として、タイプI間欠性を呈する区分線形写像やロジスティック写像に対応する有向グラフを構成し、出次数分布を求め、特定の分岐点の近傍ではないカオスに対応する有向グラフの出次数分布と比較し、特徴を説明した。

- (6) 周期性の強いカオス写像の結合系において様々な同期現象を解析した. 一方向拡散結合や両方向拡散結合に対して, カオス位相同期の特性と最大リヤブノフ指数の関係を解析し, 位相差の大偏差統計解析を行った. アトラクタの多重安定性や自己相似性を持つ複雑なベイスン構造についても解析した. 完全カオス同期や一般化同期における初期値からアトラクタに至るまでの緩和時間についても同様の複雑な初期値依存性が得られた. 更に, パラメータミスマッチによる間欠性の大きい大偏差統計解析を行った.
- (7) 時間と空間の両方で乱れが生じる系の大きい大偏差統計解析を見据えて, 振動磁場中のガーネット薄膜の磁区の現象論的モデルである, 周期外力を加えたスウィフト・ホーエンベルグ方程式における緩和現象とヒステリシスを解析した. 時間的に振動する帯状パターンと水玉状パターンが現れた. 両パターンへの緩和に伴うスケールリング則を調べた.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 26 件)

- ① Syuji Miyazaki and Yusuke Higuchi, Chaos as Irregular Hopping between Unstable Periodic Orbits and Its Network Representation, *FORMA*, 査読有, Vol.28, (in press), (2013)  
<http://www.scipress.org/journals/forma/list.html>
- ② Katsuhito Matsui, Syuji Miyazaki, Miki. U. Kobayashi, Takehiko Horita, and Katsuya Ouchi, Fluctuation spectra of Few-and Large-degree-of-freedom Chaotic Systems, *Procedia IUTAM*, 査読有, Vol.5, pp.265-271 (2012)  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.piutam.2012.06.036>
- ③ Syuji Miyazaki and Taro Takaguchi, Network Analysis Based on Statistical-Thermodynamical Formalism, *Procedia IUTAM*, 査読有, Vol.5, pp.160-164 (2012)  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.piutam.2012.06.020>
- ④ Syuji Miyazaki and Taro Takaguchi, SNS Analysis Based on

Statistical-Thermodynamical Formalism, *Proceedings of the 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011)*, 査読有, p.140 (September 2011)

- ⑤ Kai Morino, Katsuya Ouchi and Syuji Miyazaki, Relaxation and Hysteresis in a Periodically Forced Swift-Hohenberg System, *Progress of Theoretical Physics*, 査読有, Vol.125, No.6, pp.1123-1132 (June 2011)  
 DOI : 10.1143/PTP.125.1123
- ⑥ Taro Takaguchi, Kei Ejima and Syuji Miyazaki, Network Analysis Based on Statistical-Thermodynamics Formalism, *Progress of Theoretical Physics*, 査読有, Vol.124, No.1, pp.27-52 (July 2010)  
 DOI : 10.1143/PTP.124.27
- ⑦ Kai Morino, Takehiko Horita and Syuji Miyazaki, Various Synchronization Phenomena in Discrete-Time Coupled Chaotic Rotors, *Progress of Theoretical Physics*, 査読有, Vol.123, No.6, pp.923-939 (June 2010)  
 DOI : 10.1143/PTP.123.923
- ⑧ Kai Morino and Syuji Miyazaki, Complex Basin Structure and Parameter-Mismatch Induced Intermittency in Discrete-Time Coupled Chaotic Rotors, *FORMA*, 査読有, Vol.25, No.1, pp.1-10, (2010)  
<http://www.scipress.org/journals/forma/abstract/2501/25010001.html>
- ⑨ Takaguchi T and Miyazaki S, Spectra statistics of the transition matrices on Watts-Strogatz model, *FORMA*, 査読有, Vol. 24, p.p.37-40 (2009)  
<http://www.scipress.org/journals/forma/abstract/2401/24010037.html>
- ⑩ Morino K, Kobayashi M U, Miyazaki S, Time correlation calculation method based on delayed coordinates, *Progress of Theoretical Physics*, 査読有, Vol.121, pp.1143-1156 (June 2009)  
 DOI : 10.1143/PTP.121.1143

[学会発表] (計 62 件)

- ① Shinya Yamada, Syuji Miyazaki and Takehiko Horita, A complex network model for paradigm shifts (9/15 Poster), International Conference on Towards Mathematical Foundations of Complex Network Theory, 14-16 September 2012, Graduate School of Science Building No.6, Kyoto University, Japan
- ② Kenta Tanaka and Syuji Miyazaki, Network analysis based on large deviation formalism (9/15 Poster), International Conference on Towards Mathematical Foundations of Complex Network Theory, 14-16 September 2012, Graduate School of Science Building No.6, Kyoto University, Japan
- ③ Syuji Miyazaki and Yusuke Higuchi, Chaos as a swiching motion between unstable periodic orbits (9/15 Poster), International Conference on Towards Mathematical Foundations of Complex Network Theory, 14-16 September 2012, Graduate School of Science Building No.6, Kyoto University, Japan
- ④ Kenta Tanaka and Syuji Miyazaki, Network analysis based on statistical-thermodynamics formalism of temporal fluctuations (3/8 Poster), International Workshop on Anomalous Statistics, Generalized Entropies, and Information Geometry, March 6 (Tue.) - 10 (Sat.), 2012, Memorial Hall, Nara Women's University, Nara, Japan
- ⑤ Syuji Miyazaki and Katsuhito Matsui, Projection-operator method applied to statistical-thermodynamics formalism (3/8 Poster), International Workshop on Anomalous Statistics, Generalized Entropies, and Information Geometry, March 6 (Tue.) - 10 (Sat.), 2012, Memorial Hall, Nara Women's University, Nara, Japan
- ⑥ Kenta Tanaka and Syuji Miyazaki, Network analysis based on large deviation formalism (2/21 B21), Phase Transition Dynamics in Soft Matter : Bridging Microscale and Mesoscale, February 20-22, 2012, Panasonic Auditorium, Yukawa Hall, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto, Japan
- ⑦ Syuji Miyazaki and Katsuhito Matsui, Projection-operator method applied to large deviation statistics (2/20 A33), Phase Transition Dynamics in Soft Matter : Bridging Microscale and Mesoscale, February 20-22, 2012, Panasonic Auditorium, Yukawa Hall, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto, Japan
- ⑧ Syuji Miyazaki, Network Analysis Based on Statistical-Thermodynamical Formalism, IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos : Applied and Theoretical, November 28 - December 2, 2011, Kyoto University, Clock Tower Centennial Hall, Kyoto, Japan
- ⑨ Syuji Miyazaki, Network Analysis Based on Large-Deviation Statistics (11/23), Frontiers in Dynamical systems and Topology, November 21 (Monday)---November 25 (Friday), 2011, Room number 110 (1st floor), Department of Mathematics (Faculty of Science Budg. No. 3), Kyoto University, Japan
- ⑩ Syuji Miyazaki and Taro Takaguchi, SNS Analysis Based on Statistical-Thermodynamical Formalism, 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011), September 4-7, 2011, Kobe Industrial Promotion Center, Kobe, Japan

- ⑪ Katsuhito Matsui, Syuji Miyazaki, Miki U. Kobayashi, Katsuya Ouchi, Takehiko Horita, Fluctuation-spectrum approach to few and large-degree-of-freedom chaotic systems (1/6 P08), Far-From-Equilibrium Dynamics 2011 (FFED11), January 4-8, 2011, Shiran-Kaikan, Kyoto, Japan
- ⑫ Syuji Miyazaki, Kai Morino and Katsuya Ouchi, Relaxation scaling laws in a periodically forced Swift-Hohenberg system (1/6 P05), Far-From-Equilibrium Dynamics 2011 (FFED11), January 4-8, 2011, Shiran-Kaikan, Kyoto, Japan
- ⑬ Syuji Miyazaki, Network Analysis Based on Large-Deviation Formalism, Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (Kansai 2010), November 8-9, 2010, Osaka Prefecture University, Osaka, Japan
- ⑭ Syuji Miyazaki, Level dynamics and large deviation analyses, Dynamics Days Asia Pacific 5 (DDAP5), September 9-12, 2008, Nara Prefectural New Public Hall, Nara, Japan

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計0件)

名称：  
 発明者：  
 権利者：  
 種類：  
 番号：  
 出願年月日：  
 国内外の別：

○取得状況(計0件)

名称：  
 発明者：  
 権利者：  
 種類：  
 番号：  
 取得年月日：  
 国内外の別：

〔その他〕

研究業績・研究集会等リスト

<http://f3.acs.i.kyoto-u.ac.jp/~syuji/20540376/>

非線形物理学・非平衡統計力学に関する連続講演会

<http://f3.acs.i.kyoto-u.ac.jp/~syuji/20080830/>

第66回 形の科学シンポジウム

<http://f3.acs.i.kyoto-u.ac.jp/~syuji/20081101/>

非線形科学セミナー「大偏差統計とその周辺」

<http://f3.acs.i.kyoto-u.ac.jp/~syuji/20110430/>

第72回 形の科学シンポジウム

<http://f3.acs.i.kyoto-u.ac.jp/~syuji/20111209/>

この研究課題については平成25年度「小・中・高校生のためのプログラム ひらめき☆ときめきサイエンス」の11月3日・4日実施予定の「カオス・フラクタルの世界の魅力に触れる」HT25144(14301・京都大学・宮崎修次)において高校生向けの成果公開を行うことになっている。

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

宮崎 修次 (MIYAZAKI SYUJI)  
 京都大学・大学院情報学研究科・講師  
 研究者番号：50284170

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：