

機関番号：56401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20540382

研究課題名(和文) 乱雑さを持つ複雑ネットワーク上の共存ダイナミクスへの繰込み群的アプローチ

研究課題名(英文) The renormalization group approach to coexistence dynamics on complex networks with randomness

研究代表者

谷澤 俊弘 (TANIZAWA TOSHIHIRO)

高知工業高等専門学校電気情報工学科・准教授

研究者番号：60311106

研究成果の概要(和文)：次数による選択的ノード除去に対する強相関複雑ネットワーク上のパーコレーション転移を記述する解析的表式を導出し、その表式を用いてスケール・フリー・ネットワークの選択的ノード除去に対する脆弱性を著しく改善するネットワーク構造を見つけることができた。この構造はほぼ同じ次数を持つノード同士が結合し、さらにそれらの同次数ネットワークがゆるやかに相互結合するという独特な階層構造を持っている。その他にも、囚人のジレンマゲームにおいて協力者同士が形成するクラスターがパーコレーション転移を起こすことなどを含む有益な結果を数多く得ることができた。

研究成果の概要(英文)：We derived the analytical expressions for calculation of the percolation threshold and the giant component fraction of complex networks with strong degree-degree correlation against arbitrary types of degree based attack. With these expressions, we identified a network structure that consists of a set of weakly interconnected random regular graphs and that significantly improves the well-known vulnerability of scale-free networks against targeted high-degree node attack. We also investigated collective dynamics on complex networks with hierarchical or module structure. Our findings include instructive and useful results such that, in the prisoners' dilemma game, the connected cluster of "permanent cooperators" exhibits a percolation transition.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,900,000	570,000	2,470,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：複雑ネットワーク理論・確率過程・ゲーム理論

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：複雑ネットワーク・共存ダイナミクス・構造最適化・強相関複雑系・囚人のジレンマ・ゲーム理論・動的ゆらぎ

1. 研究開始当初の背景

ネットワークは、ノード間のリンク上を物質や情報等が流れていくことによって機能する。また、基盤となるネットワークのノ

ド上には異なるプレイヤー(物質、生物種、異種の情報など)が存在し、それらが相互作用しながら共存しつつ移動している。これが複雑ネットワーク上の共存ダイナミクスで

ある。

本研究開始当時（2008年）、複雑ネットワーク理論の発展をベースにした新しい視点からの共存ダイナミクスの研究が始まってきた。我々は、この共存ダイナミクスの単なる考察にとどまらず、この問題をさらに全く新しい視点から捉え直すことにより、複雑ネットワーク理論を飛躍的に発展させたいと考えた。その基本的なアイデアが「複雑ネットワークに対する繰込み群論的アプローチ」である。

2. 研究の目的

大規模かつ複雑なネットワーク上のダイナミクスを統一的に理解するためには、ネットワークの次数分布という最も大雑把な指標に基づく分類だけではなく、ネットワークのマクロな性質を規定する様々なパラメータのどのような組合せが静的・動的性質をコントロールしているのかを理解する枠組みが重要である。もしその枠組みが構築できれば、ある特定のネットワークを調べるだけで、異なるパラメータを持つネットワークの諸々の物理量が有限サイズ・スケーリング則などを用いてきちんと求められるようになり、複雑ネットワークに対する理解が飛躍的に深まる。研究開始時においては、この複雑ネットワークの包括的繰込み理論の構築が本研究課題の最終的な目標であった。

しかし、2009年度の研究計画実行の中で、これまで積極的に取り入れられてこなかったノード間結合における次数相関の影響を考慮し、平均場近似を超えた複雑ネットワーク上のパーコレーション理論を構築できる可能性が開けてきた。構成要素間の相関を取り入れた相転移の一般論構築は繰込み理論のみに留まらず統計物理学全般において重要な問題の一つである。

そこで、2009年度から研究目標を修正し、ノード間の次数相関を取り入れたパーコレーション理論の構築と階層構造を持つ複雑ネットワーク上のさまざまな動的現象の詳細な理解を目的とすることとし、それらの完成の後に当初の目的である複雑ネットワークの繰込み理論構築へと戻ることとした。

3. 研究の方法

修正された研究計画においては、研究代表者（谷澤）はノード間の次数相関を取り入れたパーコレーション理論の構築を担当し、研究分担者（増田）は、主として階層構造を持つ複雑ネットワーク上のさまざまな動的現象の解析を担当することとした。

4. 研究成果

- (1) 現実のネットワークは、変化する外的環境下に置かれ、構成ノード（頂点）が追

加されたり、取り除かれたりすることがある。また、頂点間の結合（リンク）の置きかえがあったり、意図的に特定の性質を持つノードを除去したりすることも行われることがある。したがって、このようなネットワークの構造変化がネットワーク全体の連結性にどのような影響を与えるかを理解することが重要である。この問題はパーコレーション理論の応用として考察されてきたが、現在の理論解析では多くの場合ネットワークはその次数分布のみで特徴づけられる平均場理論的考察にとどまっている。しかし、現実のネットワークではノード間結合は厳密にはランダムではなく次数相関は無視できないことが指摘されている。我々は、複雑ネットワークが次数に依存する意図的なノード除去という「攻撃」を受けた場合に、ネットワーク上の最大連結成分およびノード除去閾値を記述する解析的表式を、二つのノード間の次数相関の影響を完全に取入れた形で導出した。また、その表式を用いて強い次数相関を持つスケール・フリー・ネットワークの最大連結成分とノード除去閾値を計算することにより、スケール・フリー・ネットワークの弱点である、ハブからの選択的ノード除去に対する脆弱性を著しく改善することのできるネットワーク構造を見つけることができた。この構造はほぼ同じ次数を持つノード同士が結合し、さらにそれらの同次数ネットワークがゆるやかに相互結合するという独特な階層構造を持っている。これらの結果は、強相関複雑ネットワークに対して外部から意図的な攻撃があった場合のパーコレーション転移に関する初めての解析的考察である。[論文1, 2, 8]

- (2) 階層構造を持つ複雑ネットワークとして Hinczewski & Berker (2006) によって提案された再帰的ネットワークを取る。これは、正方形を横倒しにした4つの頂点、4本のエッジを持つダイヤモンド形のグラフを基本単位とし、正方形の4つの辺をこの基本グラフで置き換えていく際に、基本グラフの水平方向に位置する2つの頂点を確率 p で結ぶことを繰り返すことによって、再帰的に生成されるものである。このネットワークは次数分布が指数3のべき則を持つスケール・フリー・ネットワークとなることが知られており、また、 $p=0$ の場合はネットワーク内の任意の二頂点間に存在するリンク数（距離）がネットワーク内の総頂点数 N のべきとなるラージ・ワールド・ネットワーク、 $p=1$ の場合は二頂点間の距

離が $\log N$ となるスモール・ワールド・ネットワークとなる。我々はこのネットワーク上で「囚人のジレンマ」ゲームを行い、「協調」の戦略を取る頂点の作るクラスターの振舞を数値シミュレーションによって調べた。この「囚人のジレンマ」ゲームにおいては、相手が「協調」戦略を取った場合に、自分も「協調」戦略を取った場合の利得は1、「裏切り」戦略を取った場合の利得は $b (\geq 1)$ 、また、相手が「裏切り」戦略を取った場合には自分の利得は一律0である。その結果、 b の値を1から3程度の値の間で固定した場合、 p が0から1へと変化するにつれて、「協調」戦略を一貫して取る頂点の形成するクラスターの全頂点数に対する比率が0から1へパーコレーション転移を起こすことが確認できた。さらに、その転移幅は b が1から大きくなるにつれて狭くなり、転移点 p_c が約0.4より大きくなる b の領域では転移は不連続となる。この転移点の境界値は、ネットワークがラージ・ワールドからスモール・ワールドへと移りかわる値とされる $p \approx 0.494$ と関係していることが示唆され、ネットワークがスモール・ワールド性を獲得するにつれ、巨大「協調」クラスターの形成においてリンク数の大きな頂点（ハブ）が重要な役割を果たし始めることに起因することがわかった。[発表論文3]

- (3) 生態学、疫学、社会学等でひろく観察される三すくみの関係性を念頭に置き、宿主寄生種モデル (Host-Parasite model; HP model) の相図をモンテカルロシミュレーションにより2次元正方格子上で詳細に調べた。このモデルには、宿主、寄生種ともに絶滅する相 (S_0 相)、宿主は生き残るが寄生種が絶滅する相 (S_{01} 相)、宿主と寄生種が共存する相 (S_{012} 相)の三つの相が存在する。平均場理論に基づく解析では S_0-S_{01} および $S_{01}-S_{012}$ 間に相境界が存在することがわかっていた。しかし、寄生種の増殖比が非常に大きい場合には S_{012} 相は不安定となり S_0 相が再び現われるという研究結果があり、これは寄生種が急激に増加することによって、宿主が急激に減少し、それが最終的には寄生種も絶滅させる影響を与えるからであると理解されてきた。我々は格子サイズを大きくし、有限サイズスケールリングを行うことによって、このパラドキシカルな結果は有限サイズ効果によるものであり、格子サイズが無限大になるに従ってこの見かけ上の $S_{012}-S_0$ リエンラント転移はなくなっていくことを詳細な解析によって示した。[発表

論文4]

- (4) 利己的行動と利他的行動による利得が拮抗する社会集団の中でどのようにして利他的行動が広がっていくかを理解することは大変に興味深い問題である。社会集団の形成するネットワークは次数分布がべき則に従うスケール・フリー・ネットワークとなっていることはよく知られている。また、利他的行動を誘引するメカニズムとして、①まず他人を助けることによりその後他人に助けられる確率が大きくなる downward reciprocity と②まず他人に助けもらうことによりその後他人を助ける確率が大きくなる upward reciprocity の二つが提案されている。我々は upward reciprocity に基づくスケール・フリー・ネットワーク上のコンタクト・プロセスを数値シミュレーションにより調べた。その結果、スケール・フリー・ネットワークは、他のより一様な次数分布を持つ複雑ネットワークに比べて upstream reciprocity に基づく利他行動を誘発する傾向が強いことがわかった。

[論文5]

- (5) 伝染病の伝播過程は、複雑ネットワーク上における SIS モデルあるいは SIR モデルなどによって解析されてきた。通常、各個人はネットワークのノード上に固定されたものとして扱われ、ネットワークの次数分布がスケール・フリー的な場合には伝染病の伝播傾向がより強められることがわかっている。しかし、より現実的な状況を考える場合、各個人は思い思いにさまざまな場所に移動し、それぞれの場所でいろいろな人と相互作用する効果を取り入れることが必要である。我々はこの効果を Susceptible および Infectious の2つのノード種が複雑ネットワーク上を拡散し相互作用するものとして定式化し解析を行った。その結果、拡散係数の値に対する罹患率の閾値（伝染病がネットワーク全体に広がるために最小限必要な罹患率）の解析的表式を得ることができ、拡散の効果を取り入れた場合、罹患率の閾値はより大きくなることがわかった。これは拡散の効果によって伝染病の伝播はむしろ抑えられることを意味し、ノード種がネットワーク上で固定されている場合の結果とは対照的である。[論文6]
- (6) 動的現象は、多くの構成要素の複雑な相互作用の結果、さまざまな熱的雑音を含む環境下で生起する。我々はさまざまな複雑ネットワーク上での白色雑音下での線形ダイナミクスを解析的手法により調べ、複雑ネットワーク上におけるゆ

らぎの一般的な解析的表式を得ることに成功した。その結果、スケール・フリー・ネットワークを含む有向グラフにおいては、ゆらぎの影響が中心極限定理から予想される $N^{-1/2}$ (N は全ノード数) よりも強く残り、 $N^{-\beta}$ ($0 < \beta < 1/2$) となることが示された。[論文 7]

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ①. Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley, “Robustness of onionlike correlated networks against targeted attacks,” *Physical Review E*, Reviewed, Vol. 85, 2012, 046109.
- ②. 谷澤 俊弘, 「次数相関を持つ複雑ネットワーク上における浸透問題」, 日本ソフトウェア科学会論文誌「コンピュータソフトウェア」, 査読有, 第 28 巻, 2011, pp. 1_135-1_144.
- ③. C. K. Yun, N. Masuda, and B. Kahng, “Diversity and critical behavior in prisoner’s dilemma game,” *Physical Review E*, Reviewed, Vol. 83, 2011, 057102.
- ④. T. Hasegawa, N. Konno, and N. Masuda, “Numerical study of a three-state host-parasite system on the square lattice,” *Physical Review E*, Reviewed, Vol. 83, 2011, 046102.
- ⑤. A. Iwagami and N. Masuda, “Upstream reciprocity in heterogeneous networks,” *Journal of Theoretical Biology*, Reviewed, Vol. 265, 2010, pp. 297-305.
- ⑥. N. Masuda, “Effects of diffusion rates on epidemic spreads in metapopulation networks,” *New Journal of Physics*, Reviewed, Vol. 12, 2010, 093009.
- ⑦. N. Masuda, Y. Kawamura, and H. Kori, “Collective fluctuations in networks of noisy components,” *New Journal of Physics*, Reviewed, Vol. 12, 2010, 093007.
- ⑧. 谷澤 俊弘, ジェラルド・ポール, シュロモ・ハブリン, ユージン・スタンリー: 「複雑ネットワークの構造的頑強性について」, 日本情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」, 査読有, Vol. 3, 2010, pp. 175-188.

[学会発表] (計 12 件)

- ①. 谷澤 俊弘, 「生成関数法を用いた強相関複雑ネットワーク上のパーコレーション転移の解析的取扱について」, 日本物理学会, 2012 年 3 月 26 日, 関西学院大学 (兵庫県西宮市) .
- ②. 谷澤 俊弘, Shlomo Havlin, H. Eugene Stanley, 「次数相関を考慮した選択的ノード除去に対するスケール・フリー・ネットワークの頑強性増大について」, 日本物理学会, 2011 年 9 月 23 日, 富山大学 (富山県富山市) .
- ③. Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley, “Analytical study of the robustness of correlated scale-free networks against targeted high degree node removal,” 第 7 回ネットワーク生態学研究会シンポジウム (主催: 日本情報処理学会), 2011 年 6 月 17 日, 東京工科大学 (東京都大田区) .
- ④. Y. Yoshino, N. Masuda, “Evolution of cooperation is a robust outcome in the prisoner’s dilemma on dynamic networks,” 第 7 回ネットワーク生態学研究会シンポジウム (主催: 日本情報処理学会), 2011 年 3 月 10 日, ホテルルーセントタカミヤ (山形県山形市) .
- ⑤. 谷澤 俊弘, 「次数相関を持つネットワークの頑健性 (招待講演)」, 北陸先端科学技術大学院大学第 8 回知識創造支援システムシンポジウム, 2011 年 2 月 26 日, 北陸先端科学技術大学院大学 (石川県能美市) .
- ⑥. 谷澤 俊弘, S. Havlin, H. Eugene Stanley, “Analytical study of the robustness of scale-free networks with degree-degree correlation against targeted node removal,” 日本物理学会, 2010 年 9 月 25 日, 大阪府立大学 (大阪府大阪市) .
- ⑦. T. Tanizawa, S. Havlin, and H. Eugene Stanley, “Analytical study of the robustness of scale-free networks with degree-degree correlation against targeted node removal,” NetSci2010 (The International School and Conference on Network Science), May 11-14, 2010, MIT, Boston, MA, USA.
- ⑧. T. Tanizawa and N. Masuda, “Disorder-induced stabilization of cyclically competing species on regular graphs,” 日本物理学会, 2009 年 9 月 25 日, 熊本大学 (熊本県熊本市) .
- ⑨. 谷澤 俊弘, 「次数相関を持つ複雑ネットワーク上のパーコレーション」, ネットワークが創発する知能研究会第 5 回国内ワークショップ (主催: 日本ソフトウェア科学会), 2009 年 8 月 13 日, 筑波

- 大学（東京都文京区）.
- ⑩. 谷澤 俊弘, 「多極次数分布ネットワークの構造的性質について（招待講演）」, 非線形問題・ネットワークダイナミクス合同研究会（主催：電子情報通信学会）, 2009年8月4日, ヨンデンプラザ（高知県四万十市）.
 - ⑪. T. Tanizawa, S. Havlin, and H. E. Stanley, "Analytic Properties of Multimodal Complex Networks," 日本物理学会, 2008年9月21日, 岩手大学（岩手県盛岡市）.
 - ⑫. T. Tanizawa, S. Havlin, and H. E. Stanley. "Structural Properties of Multimodal Networks," ネットワークが創発する知能研究会および数理モデル化と問題解決研究会, 第14回MPSシンポジウム合同ワークショップ（主催：日本ソフトウェア科学会・日本情報処理学会）, 2008年8月29日, 東京工業大学（東京都目黒区）.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

谷澤 俊弘 (TANIZAWA TOSHIHIRO)
高知工業高等専門学校・電気情報工学科・
准教授
研究者番号：60311106

(2) 研究分担者

増田 直紀 (MASUDA NAOKI)
東京大学大学院・情報理工学系研究科・
准教授
研究者番号：40415295