

機関番号：13201

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2010

課題番号：20560150

研究課題名(和文) 異方性多孔質体の格子ボルツマン法による熱流動解析

研究課題名(英文) Lattice Boltzmann Method for Thermal Fluid Dynamics
in Anisotropic Porous Media

研究代表者

瀬田 剛 (SETA TAKESHI)

富山大学・理工学研究部(工学)・准教授

研究者番号：50308699

研究成果の概要(和文)：

異方性多孔質体に対する非線形なフォルクハイマー項を解析できるように、最適化手法を適用することで、ブリンクマン・フォルクハイマーモデルに基づく保存式系を解析できる熱流動格子ボルツマン法を開発した。正方キャビティ内の自然対流解析において、流速分布、温度分布、ダルシー数およびレイリー数に対するヌセルト数との関係について、参照解と良い一致が得られた。計算精度を向上させた埋め込み境界法により任意形状の境界条件の設定も可能にした。

研究成果の概要(英文)：

We propose the thermal lattice Boltzmann method to calculate the Brinkman-Forchheimer momentum equation by using a free-derivative optimization method to compute a nonlinear (Forchheimer) term containing the quadratic form of the velocity for the anisotropy of permeability tensor. In the numerical simulation of natural convection, the numerical results of the LBM show good agreement with the reference solutions for the streamlines, isotherms, and the average Nusselt number depending on the Darcy number and on the Rayleigh number. We apply the higher-order accurate immersed boundary method to this thermal lattice Boltzmann method for the fluid dynamics with arbitrary geometry.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2008年度 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |
| 2009年度 | 1,200,000 | 360,000 | 1,560,000 |
| 2010年度 | 400,000 | 120,000 | 520,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,300,000 | 690,000 | 2,990,000 |

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・流体工学

キーワード：数値流体力学、格子ボルツマン法、多孔質体、自然対流

1. 研究開始当初の背景

(1) 格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method, LBM) には、①連続の式を満足させるための繰り返し計算が不要なため、計算が高速である。②並列処理に優れた数値解法である。③運動方程式からナビエ・ストークス

(NS) 方程式が導出される。④対流過程が線形である。⑤非常に複雑な境界の形状パターンを用意に扱える。などの利点がある。

(2) Peng らにより単相流の自然対流解析が可能な LBM が提案されている。Peng らは、温度

に対応した新たな分布関数を導入することにより LBM による温度方程式の解析を可能にした。

(3) 等方性多孔質体を空間平均し、透過係数などの巨視量を用いるブリックマンモデルやフォルクハイマーモデルに対応した LBM が Guo らによって提案され、多孔質体内キャビティフローやポアズイユフローが高精度に計算できることが示された。

(4) 研究代表者は Peng の熱モデルと Guo の多孔質体モデルを組み合わせることで、LBM により等方性多孔質体内における自然対流を高速かつ高精度に解析できることを示した。

(5) ディーゼルエンジンの燃費効率向上を目的とした DPR に採用される多孔質セラミック材料の開発や、自動車や構造物の軽量化、燃料電池のセパレータに利用される多孔質金属の生成方法の研究にみられるように、近年、多くの分野で多孔質体材料の研究開発が活発化している。

2. 研究の目的

(1) 多孔質体を構成する粒子や繊維の形状は等方ではなく、孔径も不均一であることから、多孔質体には流体が流れ易い場や流れにくい場が存在し、熱の伝わり方も方向によって異なる。透過係数および熱伝導率に異方性を有する多孔質体内の伝熱および流体運動の計算が可能な LBM を開発する。

(2) 透過係数の異方性を考慮すると、取り扱いが極端に難しくなる非線形なフォルクハイマー項の問題を解決し、複雑形状の境界条件を扱え、多孔質体内熱流動の計算結果が高速に得られる計算ツールを提供する。

3. 研究の方法

(1) LBM では、離散化された格子上を粒子速度分布関数 f_α が、

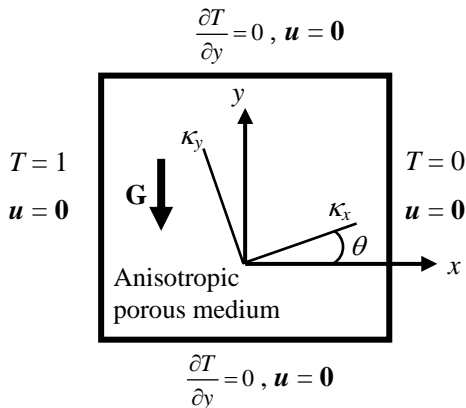


図1 異方性多孔質体の概略図

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \Omega_\alpha(f_\alpha(\mathbf{x}, t)), \quad (1)$$

に従って時間発展することにより、系全体の流体の巨視的な挙動が再現される。本研究では、マルチスケール展開により、式(1)から、透過係数に異方性を有する多孔質体に対する運動方程式、

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \varepsilon p}{\partial x_i} + \nu_e \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} - \frac{\varepsilon \nu}{K_{ij}} u_i - \frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{K_{ij}}} |u_j| u_j + \varepsilon G_i, \quad (2)$$

を導出できるように定式化する。式(2)の透過係数に対するテンソル K_{ij} は、図1に示す x 軸、 y 軸方向に対する透過係数 κ_x 、 κ_y 、および κ_x の x 軸からの傾き θ ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) から導かれる。浮力はブジネス近似 $G_y = g\beta(T - T_m)$ によって与えられる。LBM では、温度に対応する分布関数 g_α が、

$$g_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_\alpha(\mathbf{x}, t) + \Omega_\alpha(g_\alpha(\mathbf{x}, t)), \quad (3)$$

に従い運動することで、熱伝導率に異方性を有する温度方程式、

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \chi_{ij} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}, \quad (4)$$

が導出される。式(2)、(4)で示される、透過係数に対するテンソル K_{ij} と熱伝導率 χ_{ij} によって、異方性を有する多孔質体内流れの数値計算が可能になる。

LBM では、流体に対する運動量は、

$$\rho u_i = \sum_\alpha f_\alpha c_i + \frac{\delta t}{2} \rho F_i, \quad (5)$$

によって定義される。式(5)の外力項 F_i は、式(2)から次式のように導出される。

$$F_i = -\frac{\varepsilon \nu}{K_{ij}} u_i - \frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{K_{ij}}} |u_j| u_j + \varepsilon G_i. \quad (6)$$

式(6)の右辺第2項で示されるフォルクハイマー項の影響で式(5)の定義式は、流速 u_i に対し非線形な方程式となる。

そのため、式(5)を満足する目的関数を、

$$\Phi = \sum_i \left(\rho u_i - \sum_\alpha f_\alpha c_i - \frac{\delta t}{2} \rho F_i \right)^2, \quad (7)$$

のように定義し、目的関数の最小化問題を解くことにより、流速 u_i を求める。

(2) 多緩和時間近似を用い、式(3)の衝突項 Ω_α を適切に設定することにより、多孔質体内の熱伝導率の異方性を考慮した温度方程式を導出する。9速度モデルでは、設定する係数が多く、定式化が困難な場合、水平方向と垂

直方向の計4方向の分布関数のみを用い、衝突行列を4行4列に縮退し、モデル開発を簡単化することで対応する。

(3)モデルの三次元計算において、LBMの従来手法では辺や角に対する境界条件の精度に問題がある。また、多孔質体フィルターや断熱材などの実用的な製品に対する任意形状の境界条件の設定に、埋め込み境界法(immersed boundary method、IBM)が有効である。IBMでは等間隔のデカルト座標上に境界を構成する座標系を簡単に設定できるため、流速計算に等間隔格子が用いられるLBMに対しIBMの適用性は高い。埋め込み境界法では、NS方程式を満足する速度 \tilde{u}_s と構造体の速度 u^d 、温度方程式を満足する温度 \tilde{T}_s と構造体の温度 T^d を用い、

$$F_s = \frac{u^d - \tilde{u}_s}{\delta_i}, \quad Q_s = \frac{T^d - \tilde{T}_s}{\delta_i} \quad (8)$$

によって計算される F_s 、 Q_s に対応した適切な外力項を式(1)、(3)に与えることで、構造体と流体との連生問題が解かれる。デカルト座標上の値と境界上の値との補間は、デルタ関数、

$$D(x) = \frac{1}{4d^2} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{d} \right) \left(1 + \cos \frac{\pi y}{d} \right), \quad |x| \leq d, \quad |y| \leq d, \quad (9)$$

$$D(x) = 0, \quad \text{otherwise,}$$

を用いて行われる。

4. 研究成果

(1)ポアズイユ流れのシミュレーションにより、異方性多孔質体内流れに対するLBMの有効性を検証した。境界条件の設定には、非平衡分布関数に対するバウンズバック・スキームを用いた。式(6)右辺第2項で示されるフォルクハイマー項を含まないブリンクマンモデルを用いた場合、式(5)は流速に対し線形になり、次式のように展開することで、速度 u_i を求めることができる。

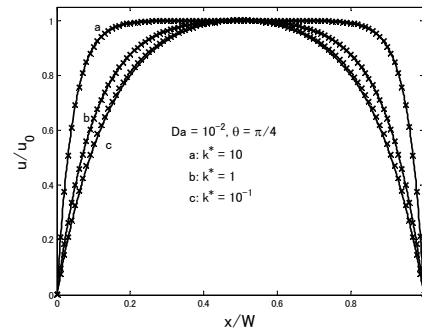
$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 + \frac{\delta_i \nu K_{11}}{2} & \frac{\delta_i \nu K_{12}}{2} \\ \frac{\delta_i \nu K_{21}}{2} & 1 + \frac{\delta_i \nu K_{22}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \\ & = \frac{1}{\rho} \sum \begin{bmatrix} c_{ix} f_i \\ c_{iy} f_i \end{bmatrix} + \frac{\delta_i}{2} \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

x軸方向に静止壁を、y軸方向に周期境界条件を設定し、外力 G_y を加えた場合、ブリンクマンモデルに対する厳密解は、

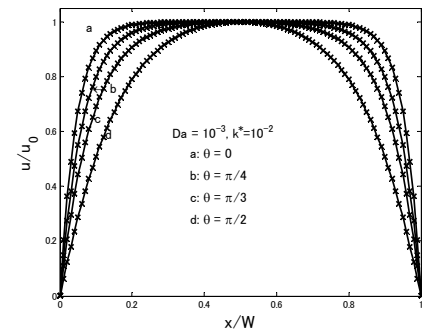
$$u_y = \frac{G_y \kappa_{22}}{\nu} \left(1 - \frac{\cosh \left(\sqrt{1/\kappa_{22}} (x - W/2) \right)}{\cosh \left(\sqrt{1/\kappa_{22}} W/2 \right)} \right), \quad (11)$$

で与えられる。Wはチャンネル幅である。ダ

ルシー数($Da = \kappa_y/W^2$)を 10^{-2} 、 $\theta = \pi/4$ とし、透過係数の比率 $k^* = \kappa_y/\kappa_x$ を変化させた場合の速度分布に関して、LBMによる計算結果を×で、式(11)の厳密解を実線で図2(a)に示す。LBMによる計算結果が厳密解と良く一致している。LBMによるブリンクマンモデルに基づく異方性多孔質体内の流体解析が式(10)を用いることで可能であることが明らかになった。フォルクハイマー項を考慮した場合のポアズイユ流れの計算を行った。気孔率を $\varepsilon = 0.5$ 、ダルシー数を $Da = 10^{-3}$ 、透過係数の比率を $k^* = 10^{-2}$ とする。式(7)に対する最適化手法には、ネルダー・ミード法を用いる。透過係数の異方性の角度 θ を変化させた場合の速度分布について、LBMによる解を×で、差分法による解を実線で図2(b)に示す。LBMによる計算結果が差分法の参照解とよく一致していることが分る。



(a) ブリンクマンモデル

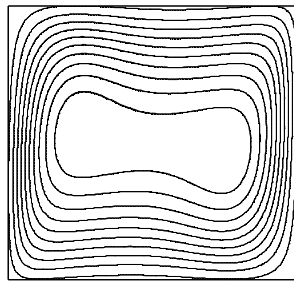


(b) フォルクハイマーモデル

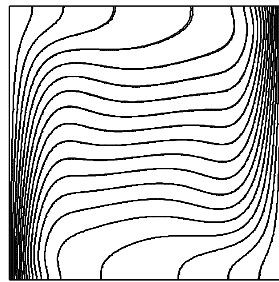
図2 ポアズイユ流れの計算結果

(2)図1に示される境界条件を用い、異方性多孔質体内の自然対流解析を行った。ブリンクマンモデルを用いたLBMによる自然対流解析結果について、流れ関数と温度の分布を図3(a)に示す。破線はFDMによる結果を、実線はLBMによる結果である。本手法により、FDMとほぼ等しい結果が得られたことが分る。次に、フォルクハイマー項を考慮した場合の異方性多孔質体内の自然対流解析を行った。式(7)に対する最適化手法を用いたLBMによる流れ関数と温度分布を図3(b)に示

す。LBM の計算結果が差分法の結果とよく一致している。図 3(a)と(b)の計算条件は等しいが、フォルクハイマー項の影響により自然対流の流動様式が変化している。Da = 10⁻²とし、傾き θ 、透過係数の比率 k^* 、レイリー数 Ra を変えた場合の平均ヌセルト数 Nu の値を表1、表2に示す。Nithiarasuらによって得られた FEM の結果とほぼ等しい値が、本 LBM によって得られている。異方性多孔質体に対する非線形なフォルクハイマー項を解析できるように、最適化手法

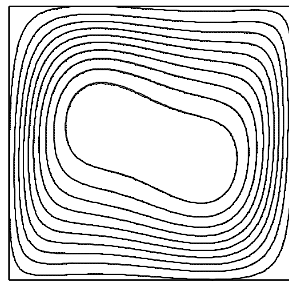


流れ関数分布

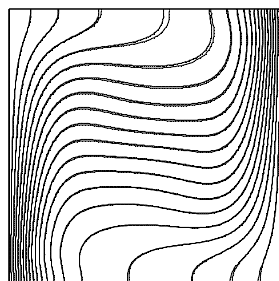


温度分布

(a) ブリンクマンモデル



流れ関数分布



温度分布

(b) フォルクハイマーモデル

図 3 自然対流解析 ($\theta = 90^\circ$ 、 $k^* = 0.1$ 、 $Da = 10^{-2}$ 、 $Ra = 10^5$)

を適用することで、熱流動 LBM は、ブリンクマン・フォルクハイマーモデルに基づく保存式系を解析できることが実証された。なお、熱伝導に関する異方性については、本研究期間中に他機関により提案された多緩和時間モデルを適用することにより、熱伝導率に対する異方性の導入も可能となった。

表 1 平均ヌセルト (ブリンクマン)

| θ | k^* | Ra | Nu | |
|----------|-------|-----------------|-------------------|---------|
| | | | FEM ^{*1} | Present |
| 0° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.892 | 1.905 |
| 45° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.870 | 1.885 |
| 90° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.891 | 1.905 |
| 0° | 10 | 10 ⁴ | 1.140 | 1.137 |
| 45° | 10 | 10 ⁴ | 1.153 | 1.171 |
| 90° | 10 | 10 ⁴ | 1.141 | 1.137 |
| 0° | 0.1 | 10 ⁵ | 4.393 | 4.338 |
| 45° | 0.1 | 10 ⁵ | 4.425 | 4.366 |
| 90° | 0.1 | 10 ⁵ | 4.491 | 4.425 |
| 0° | 10 | 10 ⁵ | 3.203 | 3.213 |
| 45° | 10 | 10 ⁵ | 3.191 | 3.192 |
| 90° | 10 | 10 ⁵ | 2.951 | 2.954 |

*1 P. Nithiarasu, et al., Int. J. Heat & Mass Transfer, 40, 3955, 1997.

表 2 平均ヌセルト (フォルクハイマー)

| θ | k^* | Ra | Nu | |
|----------|-------|-----------------|-------------------|---------|
| | | | FEM ^{*1} | Present |
| 0° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.587 | 1.592 |
| 45° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.573 | 1.580 |
| 90° | 0.1 | 10 ⁴ | 1.579 | 1.587 |
| 0° | 10 | 10 ⁴ | 1.106 | 1.107 |
| 45° | 10 | 10 ⁴ | 1.119 | 1.127 |
| 90° | 10 | 10 ⁴ | 1.106 | 1.107 |
| 0° | 0.1 | 10 ⁵ | 3.475 | 3.465 |
| 45° | 0.1 | 10 ⁵ | 3.456 | 3.469 |
| 90° | 0.1 | 10 ⁵ | 3.499 | 3.491 |
| 0° | 10 | 10 ⁵ | 2.761 | 2.757 |
| 45° | 10 | 10 ⁵ | 2.853 | 2.771 |
| 90° | 10 | 10 ⁵ | 2.636 | 2.634 |

(3) モデルの三次元計算において、従来の LBM の境界条件設定スキームでは辺や角に対する境界条件の精度に問題があり、また、埋め込み境界法 (IBM) が実用的な製品に対する任意形状の境界条件の設定に最適なことから、IBM を適用した LBM (IB-LBM) による自然対流解析について検討した。二重円筒間の熱伝導問題を用い、direct forcing method に基づく IB-LBM と、implicit correction

methodに基づく IB-LBM との計算精度について検証した。高温の内円と低温の外円間の熱伝導を計算し、境界温度に対する L2 ノルムと円筒を構成する境界点の数との関係を図 4 に示す。図 4 より、direct forcing method では境界点数の増加に対し計算精度は向上しないが、implicit correction method ではラグランジュ点数に対し一次の計算精度が得られることが明らかになった。

本 IB-LBM を用い、二重円筒で囲まれた領域にブジネスク近似によって浮力を与え、同心二重円筒間の自然対流解析を行った。鉛直方向からの時計回りの角度 θ に対する半径方向の温度と角速度の分布に関し、本計算結果を実線で、Kuehn らによる計算結果を●で図

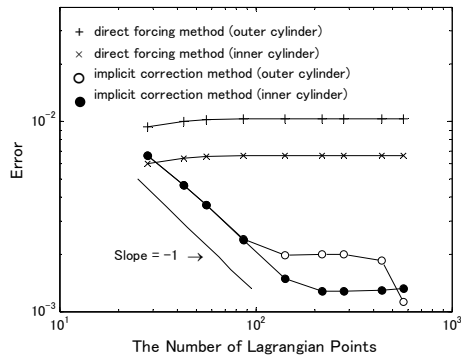
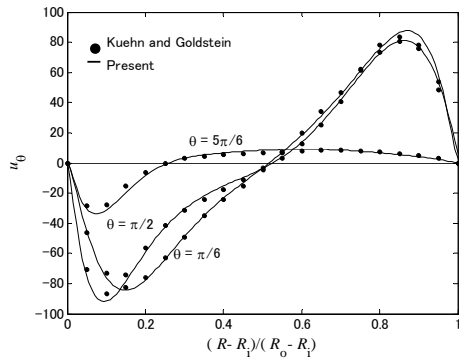
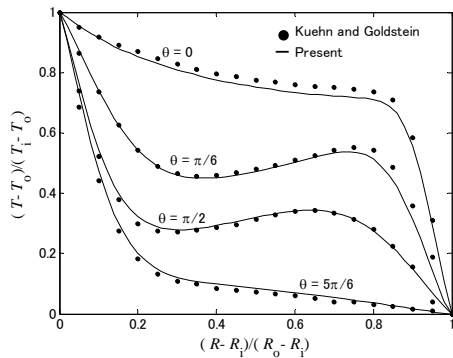


図 4 境界点数の増加に対する誤差への影響



(a) 流速分布



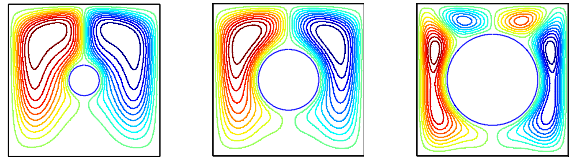
(b) 温度分布

図 5 同心二重円筒間の自然対流解析

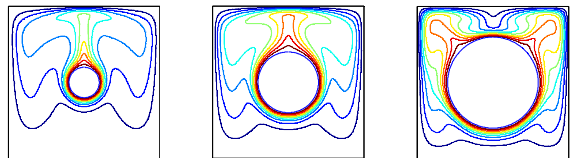
*2 T. H. Kuehn, et al., J. Fluid Mech., 74, 695, 1976.

5 に示す。本手法による計算結果は、Kuehn らの結果と良い一致を示している。

本 IB-LBM を用い円柱周りの自然対流解析を行い、温度分布、流速分布、およびヌセルト数について検証した。領域の中心に高温の円柱を置き、正方形の境界を低温に設定する。円柱には IBM を適用し、正方領域の境界条件には、非平衡分布関数に対するバウンズバック・スキームによって温度と流速を設定する。円柱の半径 R と計算領域の幅 L との比に対する流れ関数と温度分布の変化を図 6 に示す。温度分布および流れ関数分布は、参照解の分布図とよい一致を示した。表 3 に、高温円柱上の平均ヌセルト数に関し、本モデルによる計算結果と参照解とを示す。表 3 から、本 IB-LBM により、参照解とほぼ等しい結果が得られることが分かる。以上より、三次元異方性多孔質体内自然対流解析モデルを構成する技術全てを定量的に評価し、その有効性を示した。複雑形状を扱え、かつ、高速に計算結果が得られる本手法は、構造物の軽量化や、CO₂ や NO_x などの有毒ガス規制等に対応できる多孔質材料の最適設計に活用できる計算ツールとして大変有望である。



(a. 1) R/L=0.1 (a. 2) R/L=0.2 (a. 3) R/L=0.3
(a) 流れ関数分布



(b. 1) R/L=0.1 (b. 2) R/L=0.2 (b. 3) R/L=0.3
(b) 温度分布

図 6 自然対流解析

表 3 平均ヌセルト (IB-LBM)

| Ra | R/L | DOM ^{*3} | Present |
|-----------------|-----|-------------------|---------|
| 10 ⁴ | 0.1 | 2.08 | 1.979 |
| | 0.2 | 3.24 | 3.035 |
| | 0.3 | 5.40 | 5.505 |
| 10 ⁶ | 0.1 | 6.11 | 6.180 |
| | 0.2 | 8.90 | 9.042 |
| | 0.3 | 12.00 | 12.34 |

*3 C. Shu et al., Int. J. Numer. Meth. Fluids 38, 429, 2002.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

〔雑誌論文〕(計5件)

- ① Takeshi Seta, Lattice Boltzmann Method for Natural Convection in Anisotropic Porous Media, Journal of Fluid Science and Technology, 査読有, Vol. 5, No. 3, 2010, 585-602
- ② 瀬田剛, 埋め込み境界法を用いた LBM による自然対流解析, 日本数理工学論文集, 査読有, 10 巻, 2010, 1-6
- ③ 瀬田剛, ポアソン方程式に対する LBM の精度評価, 日本数理工学論文集, 査読有, 9 巻, 2009, 7-12
- ④ Takeshi Seta, Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows in Anisotropic Porous Media with Brinkman Equation, Journal of Fluid Science and Technology, 査読有, Vol. 4, 2009, 166-127
- ⑤ 瀬田剛, 二次元対流拡散方程式に対する LBM の精度評価, 日本数理工学論文集, 査読有, 8 巻, 2008, 249-254

〔学会発表〕(計17件)

- ① 瀬田剛, 自然対流解析に対する埋め込み境界法を用いた LBM, 第 24 回数値流体力学シンポジウム, 2010 年 12 月 21 日, 慶應義塾大学日吉キャンパス
- ② 瀬田剛, 埋め込み境界法を用いた LBM による自然対流解析, 計算数理工学シンポジウム 2010, 2010 年 12 月 10 日, 新潟大学駅南キャンパス
- ③ Takeshi Seta, Numerical Analysis of Incompressible Flows by the Lattice Boltzmann Method based on the projection method, 21st International Symposium on Transport Phenomena, 2010 年 11 月 3 日, Kaohsiung City, Taiwan
- ④ 瀬田剛, 埋め込み境界法を用いた LBM による自然対流解析, 日本混相流学会年会講演会 2010, 2010 年 7 月 17 日, 静岡大学浜松キャンパス
- ⑤ 瀬田剛, LBM の計算精度, 超精密技術研究センター第 10 回定例会, 2009 年 12 月 18 日, 信州大学若里キャンパス
- ⑥ 瀬田剛, LBM による非圧縮性流体解析, 第 23 回数値流体力学シンポジウム, 2009 年 12 月 16 日, 仙台市民会館
- ⑦ 瀬田剛, ポアソン方程式に対する LBM の精度評価, 計算数理工学シンポジウム 2009, 2009 年 12 月 11 日, 京大会館
- ⑧ 瀬田剛, ブリンクマン方程式を用いた LBM による異方性多孔質体内流体解析, 日本混相流学会年会講演会 2009, 2009 年 8 月 9 日, 熊本大学黒髪地区キャンパス
- ⑨ Takeshi Seta, Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows in Anisotropic Porous

Media with the Brinkman-Forchheimer Equation, 18th Discrete Simulation of Fluid Dynamics, 2009 年 7 月 8 日, Peking University, Beijing

- ⑩ 瀬田剛, ブリンクマン・フォルクハイマー方程式を用いた LBM による異方性多孔質体内自然対流解析, 第 46 回日本伝熱シンポジウム, 2009 年 6 月 3 日, 国立京都国際会館
- ⑪ 瀬田剛, LBM による異方性を有する多孔質体内熱流動解析, 日本原子力学会 2009 年春の年会, 2009 年 3 月 23 日, 東京工業大学大岡山キャンパス
- ⑫ 瀬田剛, LBM による異方性多孔質体内非ダルシー自然対流解析, 第 22 回数値流体力学シンポジウム, 2008 年 12 月 18 日, 国立オリンピック記念青少年総合センター
- ⑬ 瀬田剛, 二次元対流拡散方程式に対する LBM の精度評価, 計算数理工学シンポジウム 2008, 2008 年 11 月 28 日, 福井大学文京キャンパス
- ⑭ Takeshi Seta, Thermal Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows through Anisotropic Porous Media, The Second International Forum on Heat Transfer, 2008 年 9 月 17 日, Komaba Research Campus of the University of Tokyo
- ⑮ 瀬田剛, LBM による異方性を有する多孔質体内流動解析, 日本流体力学会 年会 2008, 2008 年 9 月 4 日 神戸大学六甲台キャンパス
- ⑯ 瀬田剛, LBM による異方性を有する多孔質体内熱流動解析, 第 41 回北陸流体力学研究会, 2008 年 8 月 23 日, 石川ハイテク交流センター
- ⑰ 瀬田剛, LBM による異方性を有する多孔質体内熱流動解析, 第 45 回日本伝熱シンポジウム, 2008 年 5 月 21 日, つくば国際会議場

〔その他〕

ホームページ等

<http://www3.u-toyama.ac.jp/seta/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

瀬田 剛 (SETA TAKESHI)

富山大学・理工学研究部 (工学)・准教授
研究者番号: 50308699

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし