

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20560414

研究課題名（和文） 有理型2次微分形式を用いた多次元ロバスト制御系の解析と設計

研究課題名（英文） Analysis and synthesis of multi-dimensional robust control systems using rational quadratic differential forms

研究代表者

鷹羽 浄嗣 (TAKABA KIYOTSUGU)

京都大学・大学院情報学研究科・准教授

研究者番号：30236343

研究成果の概要（和文）：

本研究は、変数の時間軌道の集合でシステムを定義するビヘイビアアプローチの観点から多次元システムのロバスト制御について行なった基礎研究である。有理型2次微分形式を新たに導入することにより、従来手法よりも柔軟で保守性の小さいロバスト制御理論を展開することが可能となった。また、いくつかの関連する制御問題をビヘイビアの枠組で定式化しそれらの解を与えた。

研究成果の概要（英文）：

This is the fundamental research on robust control of multi-dimensional systems from the viewpoint of the behavioral approach which defines a system in terms of the set of trajectories. By introducing a new tool called 'rational quadratic differential forms', we have developed a more flexible and less conservative robust control theory than the previous approaches. We have also solved several related control problems within the behavioral framework.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：ビヘイビアアプローチ、ロバスト制御、2次微分形式、多次元システム

## 1. 研究開始当初の背景

本研究は、ビヘイビアアプローチに基づいたロバスト制御系の解析・設計に関する基礎的研究である。

ビヘイビアアプローチとは、動的システムを入出力作用素として捉えるのではなく物理変数の軌道の集合(ビヘイビア)によって定義するという斬新な視点に立ったシステム制御理論の枠組であり、1980年代に Willems(ベルギー)によって提唱され

て以来、システム制御の様々な分野にインパクトを与え続けている。

一方、実際の制御系設計において、実システムを厳密にモデル化することは不可能であり、モデルに不確かさを含むことは避けられない。よく知られているように、モデル不確かさに対処するための手法としてロバスト制御理論が1980代から発展し続けている。ロバスト制御においては、不確かさの大きさや構造を反映させるこ

とにより、できる限り保守性の小さい安定条件や制御器設計条件を得ることが重要である。

ロバスト制御は、ビヘイビアに基づくシステム制御理論においても重要であり、また、ビヘイビアアプローチの利点を活かすことのできる対象であると考えられる。例えば、複雑な実システムでは多くの変数が複雑に関係しているため、その中から先験的に入出力関係を選び出し基準システムと不確かさをモデル化することは困難であり、むしろ入出力関係を前提とせずにモデリングの方が良い場合も少なくない。

以上を鑑みると、ビヘイビアアプローチの手法を適用することにより、従来手法よりも柔軟で保守性の小さいロバスト制御理論の構築が期待できる。

ビヘイビアアプローチによるロバスト制御と関連する先行研究を挙げておく。Willems, と Trentelman (オランダ)により2次微分形式が考案され、これを用いてエネルギー消散性および  $H_{\infty}/H_2$  制御問題に関する研究が報告されている (Willems & Trentelman, Rapisarda, 金子&藤井)。これらは主に、常微分方程式で表されるいわゆる1次元システムに対する結果である。偏微分方程式のように複数の独立変数(例:時間+空間)をもつシステムを多次元(n-D)システムという。2次微分形式による多次元システムの研究は少ないが、Pillai (インド), Willems, Trentelman らによる消散性解析の研究がある。また、モデル不確かさを陽に扱った研究として、研究代表者(鷹羽)は、2004年頃から2次微分形式を用いたロバスト安定性解析の研究を始めており、本研究のための予備的な結果を得ている。

## 2. 研究の目的

前項で述べた背景の下、本研究では、ビヘイビアアプローチの観点から、柔軟でかつ保守性の小さいロバスト性解析およびロバスト制御系設計の理論を構築することを目的とする。すなわち、上述の2次微分形式は対称な2変数多項式行列により定義されるが、これを拡張して、有理関数行列によって定義される有理型2次微分形式を新たに提案し、有理型2次微分形式を援用して保守性の小さいロバスト安定条件・ロバスト安定化制御器設計条件を導出する。さらに多次元不確かシステムに対して、提案のロバスト解析・設計手法の一般化を試みる。

## 3. 研究の方法

### (1) 研究体制

研究組織は、代表者鷹羽(京大)、分担者金子修氏(金沢大学)の2名とした。また、ビヘイビアの分野で著名な海外研究者 Willems (ベルギー), Rapisarda(英国), Trentelman(オランダ)と交流をもち、彼らの助言を参考にしながら研究を遂行した。彼らとの議論の中で得た知見は共著論文として発表した。

### (2) 研究事項

以下の事項について順次研究を進めた。

#### (i) 既存結果の整理

ビヘイビアの枠組みにおけるロバスト制御、多次元システムおよび多項式2次微分形式に関する先行研究の結果を整理する。

#### (ii) 有理型2次微分形式の定式化と解析

線形システムの有理関数表現を参考にし、有理型2次微分形式を新たに提案する。有理型2次微分形式の非負定性・平均非負定性とスペクトル分解、システムのエネギー消散性との関連を明らかにする。

#### (iii) 有理型2次微分形式の多次元システムへの拡張

前項で得た1次元システムの有理型2次微分形式に関する結果を多次元システムの場合に拡張することを試みる。

#### (iv) 多次元システムのLyapunov安定解析

不確かさのない多次元(n-D)システムについて、モデルがkernel表現高階偏微分方程式)で与えられた場合のLyapunov安定条件を2次微分形式を用いて導出する。特に、応用上重要な2-Dシステムの安定条件を詳細に調べる。さらに、安定条件を数値的にチェックするためのアルゴリズムについても検討する。

#### (v) 不確かシステムのモデリング

ロバスト安定性解析・ロバスト安定化のために、不確かさを有するシステムに対して基準システムおよび不確かさのモデル化について検討する。

#### (vi) ロバスト安定性解析

前項の不確かシステムのモデルを用いて、ロバスト安定条件を多項式2次微分形式または有理型2次微分形式により導出する。得られるロバスト安定条件と積分型2次制約(IQC)に基づくロバスト安定条件との関係を明らかにする。

#### (vii) ロバスト安定化問題

ロバスト安定化可能であるための条件を多項式型または有理型の2次微分形式を用いて導出する。ロバスト安定化問題は、基準プラントとコントローラの結合系がある消散性を満たすようにコントローラを設計する問題に帰着される。このとき、ロバスト安定化コントローラの設計アルゴリズムについても検討する。

(viii) 計算機実験による検証

これまでの各項目で提案したロバスト安定解析・ロバスト安定化の数値アルゴリズムの有用性を数値計算やシミュレーションによって検証する。

4. 研究成果

3年の研究期間の間に、以下の研究結果を得た。本研究の成果として、ビヘイビアと2次微分形式に基づく提案手法が、多次元システムのロバスト制御理論の発展に大きく貢献できたと考えている。

(1)有理型2次微分形式

有理関数行列で定義される2次微分形式を定式化し、そのシステム論的性質(非負定値性と平均非負定値性)を明らかにした。特に平均非負定値性は、対応するスペクトル密度関数(有理関数行列)のスペクトル分解可能性と等価である事を示した(学会発表(16))。また、有理型2次微分形式を用いてシステムのエネルギー消散性の条件を導出した。さらに、得られた消散性の条件に基づき、2つのサブシステムからなる結合系の安定条件を導出した(学会発表(5),(6))。この安定条件は、IQCによるフィードバック系安定条件の一般化であり、また、有理型2次微分形式による新しいロバスト安定条件をも与えている。

(2)多次元(n-D)システムのLyapunov安定性  
正方多項式行列 kernel 表現で表される2-Dシステムに対し、2次差分形式に基づいて2-D多項式Lyapunov方程式を提案し、Lyapunov安定条件を導出した(学会発表(4),(8),(13)、雑誌論文(2))。この結果を拡張することにより、一般のn-Dシステムに対してもLyapunov安定性解析が可能となると予想される。

(3)多項式型2次微分形式に基づくロバスト安定性解析

不確かシステムを基準システムと不確かさの相互結合系としてモデル化して、多項式型2次微分形式に基づくロバスト安定条件を導いた。この安定条件は従来の小ゲイン定理や受動定理の一般化となっている(雑誌論文(4))。

(4)パラメトリックな不確かさをもつシステムのロバスト安定性解析

微分方程式にパラメトリックな不確かさを有するシステムに対するロバスト安定条件を2次微分形式を用いて導出した。本研究結果の特徴として、パラメータ依存リャプノフ関数に基づいているため保守性の小さいロバスト性解析となっている

点、および、ロバスト安定条件が線形行列不等式であるため、凸最適化計算により容易にロバスト安定性を判定できる点がある(学会発表(2))。

(5)有理型 kernel 表現に基づく最適ロバスト安定化

有理関数行列による kernel 表現を用いることにより、ノルム有界な不確かさをもつシステムのモデル化を行なった。このシステムモデルに対して小ゲイン定理に基づきロバスト安定条件を導き、ロバスト安定化問題をある  $H_\infty$ 制御問題にできることを示した。さらに、2次微分形式とエネルギー消散性の理論により、達成可能なロバスト安定余裕( $H_\infty$ 制御性能)の最適値を算出した(雑誌論文(1)、学会発表(9),(11))。

(6)制御系設計問題

いくつかの制御系設計問題について考察し、下記の研究成果を得た。

(i) トラッキング/出力レギュレーション

ビヘイビアアプローチの枠組でトラッキング/出力レギュレーション問題を定式化し、可解条件を導出した。また、内部モデル原理をビヘイビアの観点から明らかにした(雑誌論文(1)、学会発表(1),(3))。

(ii) 3つ以上のプラントの同時安定化問題

ロバスト制御問題の一つとして、3つ以上のプラントの同時安定化問題を考察した。同時安定化コントローラの存在条件を導出し、その設計法を与えた(学会発表(7))。

(iii) 非反証制御に基づく制御系設計

ビヘイビアの枠組みで重要な役割を果たす正準コントローラを、プラントの数式モデルを介さず、応答データから直接設計する手法を提案した(学会発表(17))。

(iv) ハイブリッドシステムの制御

ハイブリッドシステムの制御問題を2-Dシステムとビヘイビアの観点から定式化し、その可解条件を導いた(学会発表(18))。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

(1) S. Fiaz, K. Takaba, H.L. Trentelman: Tracking and regulation in the behavioral framework, *Automatica*, 印刷中, 2011. (査読有)

(2) C. Kojima, P. Rapisarda, K. Takaba: Lyapunov stability analysis of higher-order 2-D systems, *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 印刷中, 2011. (査読有)

- (3) H.L. Trentelman, S. Fiaz, K. Takaba: Optimal robust stabilization and dissipativity synthesis by behavioral interconnection, *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol.49, no.1, pp.288-314, 2011. (査読有)
- (4) K. Takaba: Robust stability analysis of uncertain interconnections, *SICE Journal on Control, Measurement, and System Integration*, vol. 1, pp. 435-442, 2008. (査読有)

〔学会発表〕 (計 19 件)

- (1) S. Fiaz, K. Takaba and H.L. Trentelman: The internal model principle: Asymptotic tracking and regulation in the behavioral framework, *49th IEEE Conf. on Decision and Control, Atlanta, USA*, December 15-17, 2010.
- (2) K. Takaba: LMI conditions for robust stability against parametric uncertainty, *2010 IEEE Int. Symp. on Computer-Aided Control System Design (CACSD2010)*, Yokohama, Japan, September 8-10, 2010.
- (3) S. Fiaz, K. Takaba, H.L. Trentelman: Tracking and regulation in the behavioral framework, *19th Int. Symp. on Mathematical Theory on Networks and Systems (MTNS2010)*, Budapest, Hungary, July 5-9, 2010.
- (4) P. Rapisarda, K. Takaba and C. Kojima: A polynomial algebraic approach to Lyapunov stability analysis of higher-order 2-D systems, *19th Int. Symp. on Mathematical Theory on Networks and Systems (MTNS2010)*, Budapest Hungary, July 5-9, 2010.
- (5) K. Takaba: Stability analysis of interconnection using rational quadratic differential forms, *Symposium on Systems, Control and Signal Processing (YFest2010)*, Kyoto, March 29-31, 2010.
- (6) K. Takaba: Stability analysis of interconnection using rational quadratic differential forms, 第 10 回計測自動制御学会制御部門大会, 熊本, 2010 年 3 月 16-18 日.
- (7) 金子: ビヘイビアアプローチによる 3 つ以上の線形時不変システムの同時安定化について, 第 10 回計測自動制御学会制御部門大会, 熊本, 2010 年 3 月 16-18 日.
- (8) C. Kojima, P. Rapisarda and K. Takaba: Lyapunov stability analysis of higher-order 2-D systems, *Joint 48th IEEE Conf. Decision & Control and 28th Chinese Control Conf. (CDC-CCC2009)*, Shanghai, China, December 16-18, 2009.
- (9) H.L. Trentelman, S. Fiaz and K. Takaba: Small Gain Theorem and Optimal Robust Stabilization in a Behavioral Framework, *Joint 48th IEEE Conf. Decision & Control and 28th Chinese Control Conf. (CDC-CCC2009)*,

Shanghai, China, December 16-18, 2009.

- (10) K. Takaba: A behavioral approach to regulation problem, *Symposium on Open and Interconnected System Modeling and Control, Bruges, Belgium*, September 16-17, 2009.
- (11) H.L. Trentelman, S. Fiaz, K. Takaba: Optimal Robust stabilization in behavioral framework, *European Control Conference 2009, Budapest, Hungary*, August 24-26, 2009.
- (12) K. Takaba: A note on the regulation problem in the behavioral framework, *ICROS-SICE International Joint Conference 2009 (ICCAS-SICE2009)*, Fukuoka, Japan, August 18-21, 2009.
- (13) C. Kojima, P. Rapisarda and K. Takaba: Lyapunov stability analysis of higher-order 2-D systems, *ICROS-SICE International Joint Conference 2009 (ICASSICE2009)*, Fukuoka, Japan, August 18-21, 2009.
- (14) K. Takaba: Regulation in the behavioral framework: A partial interconnection case, 第 9 回計測自動制御学会制御部門大会, 広島, 2009 年 3 月 4-6 日.
- (15) K. Takaba: Output regulation in the behavioral framework, *17th Triennial IFAC World Congress, Seoul, Korea*, July 6-11, 2008.
- (16) K. Takaba, H.L. Trentelman, J.C. Willems: On rational quadratic differential forms, *17th Triennial IFAC World Congress, Seoul, Korea*, July 6-11, 2008.
- (17) O. Kaneko: On linear canonical controllers within the unfalsified control framework, *17th Triennial IFAC World Congress, Seoul, Korea*, July 6-11, 2008.
- (18) O. Kaneko and S. Yamamoto: An implementability of hybrid specification with discrete event controllers - 2D system theoretic approach in a behavioral framework-, *SICE Annual Conference 2008 (SICE2008)*, Chofu, Japan, August 20-22, 2008.
- (19) 鷹羽: QDF によるロバスト安定性解析, 第 52 回システム制御情報学会研究発表講演会(SCI'08), 京都, 2008 年 5 月 16-18 日.

〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鷹羽 浄嗣 (KIYOTSUGU TAKABA)

京都大学・大学院情報学研究科・准教授  
研究者番号：30236343

(2)研究分担者

金子 修 (KANEKO OSAMU)

金沢大学・電子情報学系・准教授

研究者番号：00314394

(3)連携研究者

なし