

機関番号：14401
 研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2008～2010
 課題番号：20560416
 研究課題名 (和文) 時変補償器を用いた 2 自由度目標追従制御系の設計法
 研究課題名 (英文) A method for synthesis of 2-DOF reference tracking control systems with time-varying controllers
 研究代表者
 浅井 徹 (ASAI TORU)
 大阪大学・工学研究科・准教授
 研究者番号：30314363

研究成果の概要 (和文)：

本研究では拘束と外乱を伴う制御系に対し、時変なフィードバック補償器と時不変なフィードバック補償器を切り換え、さらに追従のための駆動信号を設計することで高い追従過渡性能を得ることを考える。それらの設計を可能とするために、本研究ではまず時変な補償器を LMI で設計する手法を与えている。さらに、駆動信号設計のための基礎として、時不変なシステムに対してではあるが目標信号に対応する状態軌道の解析手法も与えている。

研究成果の概要 (英文)：

This research project deals with control systems with constraints and disturbances. To attain significant tracking performance, we consider to use linear time invariant and time-varying controllers and also to design driving signals. To enable those designs, we first propose a method to synthesize a linear time-varying controller based on linear matrix inequalities. Moreover, we also propose methods to analyze state trajectories corresponding to reference signals for linear time invariant systems, as fundamental results to make driving signal synthesis possible.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：切換制御，目標信号追従制御，目標状態軌道

1. 研究開始当初の背景

入力飽和などの制約条件が存在する制御系に対して、制約条件を満足しつつ良好な追従特性を得るために目標信号を整形する手法が提案されている [1, 2]。このような整形

入力はフィードバック (FB) 補償器が生成する制御入力を相殺する働きもすることから、過渡時の FB 補償器の選択は一見重要ではないように考えられる。

しかしながら、外乱が存在する場合には、上記の場合でも FB 補償器の選択は重要で

ある。通常、外乱の影響を抑制するためにF B補償器は大きなゲインを有するように設計されている。このような補償器を過渡時に用いると目標信号入力との重ね合わせにより制御入力が大きくなるが、ここに入力飽和が存在することによって良好な追従性能が得られなくなる。この意味で整形入力を用いる場合においてもF B補償器の選択は過渡時にも重要な影響を与えている。実際、応用の現場では図1のように過渡時において補償器を切り替えることも行われている。

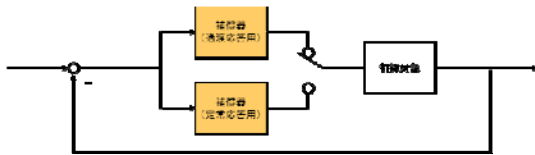


図1：切換制御系

補償器を切り換える場合、従来は過渡時にも時不変な補償器が用いられていた。しかしながら、一般に有限区間で時不変な補償器を用いると時変な補償器よりも保守的な結果となる。また、過渡時の補償器には同区間の外乱抑制能力よりも、むしろ過渡時に印加された外乱が定常時の応答に与える影響を抑制するような働きを求めべきである。その際、目標信号入力の働きを阻害しないように、過渡時の制御入力は小さいほうがよい。以上より本研究では、離散時間システムの目標値追従問題に対して、過渡時に印加された外乱から過渡時の制御入力および定常時の応答へのゲインを最小にする有限時間区間時変補償器の設計法について考える(図2参照)。その際、必要な時変補償器の設計問題をLMI(線形行列不等式)最適化問題に帰着させることを考える。

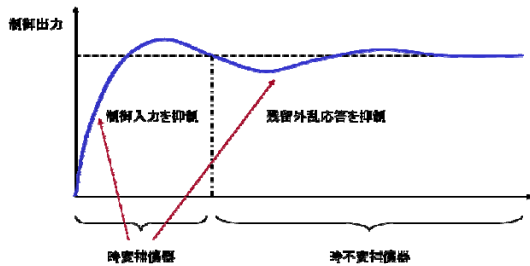


図2：時変補償器による制御

研究代表者は研究開始時までに制御系に切換が発生する場合に、切換前に印加された外乱から切換後の応答へのシステムゲインを解析する手法およびその応答を抑制するための制御系の設計について研究を行っている。そのうち、特に文献[3]では有限区間の情報に基づいて有限区間で応答を抑制する時変なフィルタ、信号生成器をLMIに基づいて設計する手法を与えている。これら一連の研究結果が本研究の着想を与える基盤となっている。

離散時間時変補償器をLMIを用いて設計手法は他にも存在する[4]が、時変補償器を切り換えた後の応答を評価関数として時変補償器を設計する問題およびその解は他に見あたらない。

[1] 平田 研二「不変集合を利用した拘束システムの解析と制御系設計への応用」システム/制御/情報, Vol. 47, No. 11, 507/513 (2003)

[2] 杉江, 山本「状態及び入力の制約を考慮した閉ループ系の目標値生成」計測自動制御学会論文集, Vol. 37, No. 9, 849/855 (2001)

[3] Sem Moors, 浅井 徹「切換に起因する外乱を抑制する制御系の設計 - 有限時間区間の場合 -」第35回制御理論シンポジウム資料, 333/338 (2006)

[4] Amato, F. and Ariola, M., 'Finite-time control of discrete-time linear systems', IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, No. 5, 724/729 (2005)

2. 研究の目的

本研究では図3に示される離散時間制御系を考える。Pは線形時不変な制御対象、 K_{LTV} は時刻 $k \leq N-1$ まで動作する線形時変な補償器、 K_{LTI} は時刻 $k \geq N$ 以降で動作する線形時不変な補償器である。また、 $d(k)$ は目標信号追従のために印加する駆動信号である。 $d(k)$ はシステムの拘束条件や追従の速応性などを考慮して設計される信号であり、必ずしも目標信号と同じとは限らない。

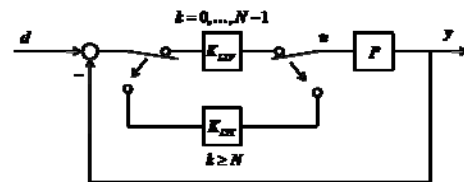


図3：切換追従制御系

K_{LTI} は出力が目標信号の近傍にあるときに動作する外乱抑制能力の高い補償器である。ここで、Pと K_{LTI} のフィードバック系は内部安定であるとする。一方、 K_{LTV} は追従過渡時に制御入力などの信号がシステムの拘束条件に抵触しないようにしつつ、追従制御を円滑に行うための補償器である。

本研究の目的は目標信号と K_{LTI} は与えられたものとし、拘束条件を順守しつつ高い追従性能を達成する K_{LTV} と $d(k)$ を設計する手法を与えるための基礎となる結果を導出することである。

3. 研究の方法

対象が線形システムであるので、制御系の応答は外乱に対する応答と $d(k)$ に対する応答の重ね合わせとなる。よって、上記の設計問題は、まず外乱に対するゲインの小さな時変補償器 K_{LTV} を設計し、その後拘束条件を順守しつつ高い追従性能を達成する $d(k)$ を設計する、というように設計を2段階に分割することが可能である。

そこで、まず K_{LTV} の設計手法について考察する。 K_{LTV} の設計の目的は $k \leq N-1$ までに印加される外乱に対する $k \leq N-1$ までの(出力ではなく制御入力などの被拘束変数の) 応答と $k \geq N$ において切換後の制御系にもたらす応答を抑制することである。これは基本的には有限区間の L_2 外乱抑制問題であり、LMIなどで解を与えることが可能なはずである。その場合、得られる LMI は $k=0, \dots, N$ に対応する不等式を連立させたものとなることが予想される。

一方、 $d(k)$ の設計において、拘束条件を考慮しつつ目標信号への追従を考えると計算の規模が大きくなる。そこでここでは目標信号に対応する状態軌道を求め、その状態軌道を追従制御入力の設計に利用することを考える。しかしながら、そのような状態軌道の解析を一度に行うことは困難であるので、本研究ではまず時不変な連続時間システムに対する解析を行い、それを時不変な離散時間システムに拡張する。これらができれば切換後のシステムの状態軌道を求めることができる。また、これをさらに拡張すれば時変な離散時間システムに対する解析も可能になる。

4. 研究成果

時変補償器の設計法のほか、時不変な連続時間システムおよび離散時間システムに対して目標信号に対応する状態軌道の解析を行った。以降、得られた結果を順に示す。

(1) 時変補償器の設計法

時変補償器を設計するにあたり、まず問題を一般的に設定する。図4の制御系を考える。 $G(z)$ は時不変な離散時間一般化プラント、 w , z , u , y はそれぞれ外乱、制御出力、制御入力、観測出力である。 $G(z)$ の状態空間実現を以下のように仮定する。

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1 w_k + B_2 u_k, & x_0 = 0 \\ z_k = C_1 x_k + D_{11} w_k + D_{12} u_k \\ y_k = C_2 x_k + D_{12} w_k \end{cases}$$

K_{LTV} は設計すべき時変補償器であり、 $k \leq N-1$ で動作する。ここでは K_{LTV} の状態空間実現を以下のように仮定する。

$$\begin{cases} q_{k+1} = \hat{A}_k q_k + \hat{B}_k y_k, & q_0 = 0 \\ u_k = \hat{C}_k q_k + \hat{D}_k y_k \end{cases}$$

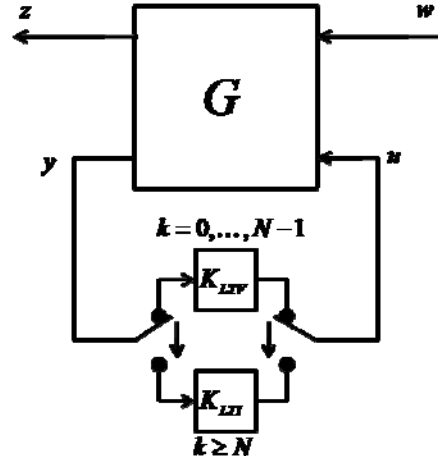


図4：時変-時不変切換制御系

K_{LTV} は与えられた時不変補償器であり、 $k \geq N$ で動作する。 K_{LTV} の状態変数を \bar{q}_k とする。時刻 $k=N$ において、 K_{LTV} の状態は K_{LTV} の状態を用いて

$$\bar{q}_N = \hat{S} q_{N-1}$$

と設定されるものとする。また、外乱に起因する切換後の応答の大きさは、ある与えられた半正定行列 $Q \geq 0$ を用いて

$$\bar{J} = \bar{\xi}_N^T Q \bar{\xi}_N$$

で与えられるものとする。ただし、

$$\bar{\xi}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \bar{q}_k \end{bmatrix}$$

である。

以上の設定のもとで、ここでの目的は与えられた正数 $\gamma > 0$ に対して下記の関係

$$\bar{J} + \|z\|_2^2 \leq \gamma^2 \|w\|_2^2$$

を満足する K_{LTV} および \hat{S} を求めることである。

上記の問題に対し、下記の結果が成り立つ。すなわち、ある正定行列 $X_k > 0$, $Y_k > 0$ ($k=0, \dots, N$)、行列 A_k , B_k , C_k , D_k ($k=0, \dots, N-1$)、 S が存在して、以下の不等式

$$\begin{bmatrix} \Theta_{Y,k} & 0 & \Theta_{A,k}^T & \Theta_{C,k}^T \\ 0 & \gamma^2 I & \Theta_{B,k}^T & \Theta_{D,k}^T \\ \Theta_{A,k} & \Theta_{B,k} & \Theta_{Y,k+1} & 0 \\ \Theta_{C,k} & \Theta_{D,k} & 0 & I \end{bmatrix} > 0$$

$(k=0, \dots, N-1)$

$$\begin{bmatrix} \Theta_{Y,N} & \Theta_S^T V \\ V^T \Theta_S & I \end{bmatrix} > 0$$

を満足するならば、 $\bar{J} + \|z\|_2^2 \leq \gamma^2 \|w\|_2^2$ を達成する K_{LTV} および \hat{S} が存在する。ただし、

$$\Theta_{Y,k} = \begin{bmatrix} X_k & I \\ I & Y_k \end{bmatrix}, \quad \Theta_S = \begin{bmatrix} X_N & I \\ S & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{A,k} = \begin{bmatrix} AX_k + B_2 C_k & A + B_2 D_k C_2 \\ A_k & Y_{k+1} A + E_k C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{B,k} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ Y_{k+1} B_1 + E_k D_{21} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{C,k} = [C_1 X_k + D_{12} C_k \quad C_1 + D_{12} D_k C_2]$$

$$\Theta_{D,k} = D_{11} + D_{12} D_k D_{21}$$

であり、 V は $Q = VV^T$ を満足する列フルランク

な行列である。上記の不等式が成り立つとき、可能な K_{LTV} および \hat{S} は次式で与えられる。

$$\hat{S} = SX_N^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_k & \hat{B}_k \\ \hat{C}_k & \hat{D}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{k+1}^{-1} - Y_{k+1} & Y_{k+1} B_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} A_k - Y_{k+1} A X_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k & 0 \\ C_2 X_k & I \end{bmatrix}^{-1}$$

上記の結果より得られる時変補償器の次数は一般化プラントの次数と同じである。また、得られた不等式は関連する変数に関する LMI になっており、その解を求める効率的なアルゴリズムが存在している。また、上記の不等式は γ^2 についても LMI になっているので、 γ^2 を最小にする変数を求めることも可能である。

得られる補償器は区間 $k=0, \dots, N-1$ で係数が変化する時変な補償器であるので、これを実装する際には N 区間分の係数をメモリーに格納して必要がある。ただし、1 サンプル時刻あたりの計算時間は通常の状態方程式と同じであり、係数の入れ替え以外に特別な計算を必要としない。

補償器切替後の時不変補償器の初期状態は時変補償器の最終状態を用いて設定される。その際、 \hat{S} は正方でなくても構わない。すなわち、時不変補償器と時変補償器はそれぞれ異なる次数であってもよい。

(2) 連続時間時不変システムに対する目標状態軌道の解析

以下の連続時間システムの状態方程式が与えられたものとする。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

この状態方程式に対応する伝達関数を $G(s)$ とする。上記のシステムは以下の仮定を満たすものとする。

- $G(s)$ は虚軸上に零点をもたない。
- A の固有値はすべて開左半平面に存在する。
- (A, B) , (A, C) はそれぞれ可制御、可観測である。

一方、参照信号 $r(t)$ は有界かつそのラプラス変換 $\hat{r}(s)$ が厳密にプロパーな有理関数となるものとする。このとき、 $y \equiv r$ を満足する状態軌道のうち、 $t \rightarrow \infty$ で発散しないものを目標状態軌道とよぶ。

状態軌道は初期状態 x_0 と入力 $u(t)$ によって生成されるが、ラプラス変換より $y \equiv r$ を満足する入力は

$$\hat{u}_r(s) = G^{-1}(s)\{\hat{r}(s) - C(sI - A)^{-1}x_0\}$$

によって与えられることがわかる。よって、 $y \equiv r$ を満足する状態軌道は

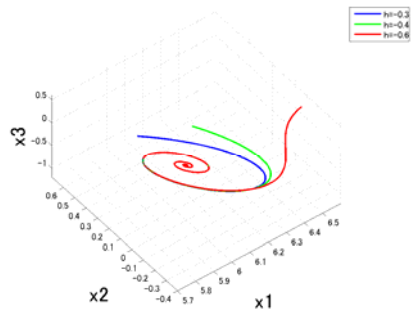
$$\hat{x}_r(s) = (sI - A)^{-1}(I - BG(s)^{-1}C(sI - A)^{-1})x_0 + (sI - A)^{-1}BG(s)^{-1}\hat{r}(s)$$

によって与えられる。すなわち、与えられた目標信号に対する目標状態軌道は x_0 のみによって規定される。

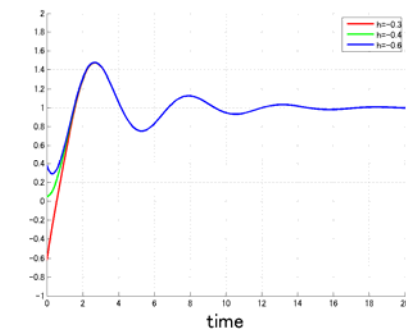
$x_r(t)$ が目標状態軌道となることは、それが $t \rightarrow \infty$ で発散しないことと等価である。この条件を満足するすべての x_0 は以下のようにパラメータ表示される。

$$x_0 = L \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma\Phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I \\ -\Psi L_1 \end{bmatrix} V^{-1} \begin{bmatrix} R \\ H \end{bmatrix} \right\}$$

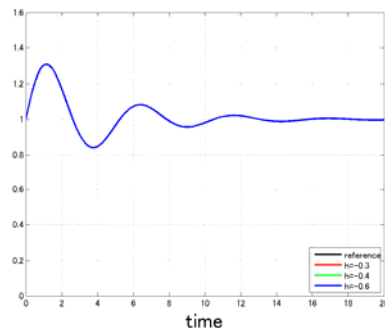
ここで、 H は複素共役に関する条件を満足するフリーパラメータであり、その他はシステムの状態空間実現および $\hat{f}(s)$ を用いて定められるベクトル、行列である。この結果から、 x_0 は必ず存在することがわかる。また、 H はシステムの安定零点と同じだけの自由度をもつパラメータである。



状態軌道



入力



出力

図5：目標状態軌道の振舞い

図5は、あるシステムとある目標信号に対して目標状態軌道を求めた例である。このシステムは安定零点を一つ有するのでパラメーター H は一つの実数である。一番上の図はパラメーター H の各値に対する目標状態軌道を表示したものである。 H によって初期状態が変化するので軌道はそれぞれ異なる点から始まっている。一方、真ん中、一番下の図はそれぞれ対応する入力、出力を示したものである。一番下の図は目標信号を含む4つの応答が完全に重なっており、いずれの H に対しても出力が目標信号に一致していることを示している。これらの図より目標状態軌道が複数あること、また、どの軌道に対しても出力は目標信号に一致していることが確認できる。

同様な結果は Stable inversion によっても原理的には得られる。また、 H の自由度が安定零点と同じだけあることも、安定なゼロダイナミクスに対する初期状態が自由変数になることと対応している。ただし、Stable inversion による方法では目標状態軌道を求めるためにたたみ込み積分を必要とする。一方、提案手法では有理関数の計算で目標状態軌道を求めることができ、たたみ込み積分を行う必要がない。

(3) 離散時間不変システムに対する目標状態軌道の解析

連続時間システムに対する解析結果の離散時間システムに対する拡張を行った。結果を導出するための考え方はほぼ同様である。

以下の離散時間システムの状態方程式を考える。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), & \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \end{cases}$$

この状態方程式に対応するパルス伝達関数を $G(z)$ とする。上記のシステムは以下の仮定を満たすものとする。

- $G(z)$ は原点および単位円周上に零点をもたず、 $|z| > 1$ となる零点は重複しない。
- A の固有値はすべて単位円内に存在する。
- (A, B) , (A, C) はそれぞれ可到達、可観測である。

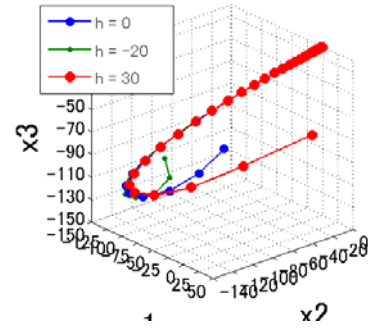
ここでは問題の簡単にするために、連続時間システムの場合よりも零点に関して強い仮定を置いている。一方、参照信号 $r(k)$ は有界かつそのZ変換 $\hat{r}(z)$ がプロパーな有理関数となるものとする。このとき、 $y=r$ を満足する状態軌道のうち、 $k \rightarrow \infty$ で発散しないものを目標状態軌道とよぶ。

連続時間系と同様な計算により、目標状態軌道は

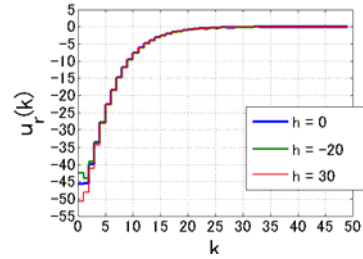
$$\hat{\mathbf{x}}_r(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}(z\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}}_r(z))$$

$$\hat{\mathbf{u}}_r(z) = \mathbf{G}^{-1}(z)(\hat{r}(z) - z\mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{x}_0)$$

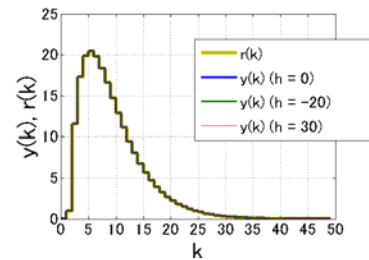
で与えられ、初期状態 \mathbf{x}_0 のみによって規定さ



状態軌道



入力



出力

図6:目標状態軌道の振舞い

れる。さらに、 $\mathbf{x}_r(k)$ が発散しないすべての \mathbf{x}_0 は以下のようにパラメーター表示される。

連続時間システムの場合と同様、 H がフリー

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{L} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma_r \Phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\Psi \mathbf{L}_1 \end{bmatrix} \Psi^{-1} \mathbf{Z}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \right\}$$

パラメーターで、 Z は $G(z)$ の零点からなる行列、その他はシステムの状態空間実現や $\hat{r}(z)$ によって定まるベクトル、行列である。 Z の逆行列があらわれる点が連続時間システムの場合と異なるが、本質的には同様の結果が得られている。

図6はあるシステムとある目標信号に対して目標状態軌道を求めた例である。このシステムは安定零点を一つ有するのでパラメーター H は一つの実数である。一番上の図は H の各値に対する目標状態軌道を表示したものである。 H によって初期状態が変化するので軌道はそれぞれ異なる点から始まっている。一方、真ん中、一番下の図はそれぞれ対応する入力、出力を示したものである。一番下の図は目標信号を含む4つの応答が完全に重なっており、いずれの H に対しても出力

が目標信号に一致していることを示している。これらの図より目標状態軌道が複数あること、また、どの軌道に対しても出力は目標信号に一致していることが確認できる

5. 主な発表論文等

〔学会発表〕（計4件）

- (1) 阪本 将隆, 浅井 徹, 「離散時間システムに対する目標状態軌道の解析」, 第55回システム制御情報学会研究発表講演会, 171-172, 2011/5/18, 大阪
- (2) 谷尾 彰彦, 浅井 徹, 岡島 寛, 「有限時間整定制御の状態変数を参照軌道とするモデル予測制御」, 第54回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, F37-3, 2010/5/21, 京都
- (3) 谷尾 彰彦, 浅井 徹, 「不安定零点のみを持つ非最小位相系の完全追従時における目標状態軌道の解析」, 第52回自動制御連合講演会講演論文集, E1-4, 2009/11/21, 大阪
- (4) 谷尾 彰彦, 浅井 徹, 「完全追従を達成する非最小位相系の状態軌道の解析」, 第9回制御部門大会, FB3-4, 2009/3/6, 広島

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅井 徹 (ASAI TORU)
大阪大学・工学研究科・准教授
研究者番号：30314363