

機関番号：14401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2010

課題番号：20560418

研究課題名（和文） 制御システムの解析と設計への確率的アプローチ

研究課題名（英文） Probabilistic Approach to Analysis and Synthesis of Control Systems

研究代表者

藤崎 泰正 (FUJISAKI YASUMASA)

大阪大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号：30238555

研究成果の概要（和文）：制御システムの解析と設計への確率的アプローチに関して、その構築と応用の二つの切り口より研究を行った。そして、ロバスト最適化のための逐次的ランダム化ドアルゴリズムを開発し、その更新則としては最大体積楕円体の中心を用いた確率的切除平面法が効果的であることを明らかにした。また、制御問題のもつ構造を利用して、ランダム化ドアルゴリズムにおける更新則を効率化する方法を示すとともに、確率近似法へ確率的解析法を適用し、新たな停止則を導出した。

研究成果の概要（英文）：Probabilistic approach to analysis and synthesis of control systems was investigated from both of theoretical and application viewpoints. A sequential randomized algorithm was developed, where a probabilistic cutting plane technique based on maximal volume ellipsoid center was proposed as its effective update rule. The update rule was further modified for improving its convergence, where the structure of control problems was employed. A new stopping rule for stochastic approximation was also developed via probabilistic approach.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御工学、システム工学、数理工学、アルゴリズム、モデル化

## 1. 研究開始当初の背景

組み込みシステムの制御系設計、通信制約のあるネットワークを用いた制御、入力や状態に拘束をもつシステムの制御、パラメトリック不確かさをもつシステムのロバスト制御、固定次数コントローラ設計など、制御理論の研究では、現在、実用的な複雑さをもつ制御問題を、いかに厳密にかつ効率的に解くかについて、画期的なアイデアが求められて

いる。そして、古典的なリカッチ方程式アプローチを乗り越えるべく、線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality; LMI)、2乗和多項式 (Sum of squares of polynomials; SOS) などの洗練されたアプローチが順次整備されてきた。しかし、制御問題を記述する能力の拡大にともない、定式化された複雑度の高い問題を解くために必要な計算量も急激に増加するため、現実的にはかなり小規模な問

題しか取り扱えない。

ランダムイズドアルゴリズムとは、アルゴリズムの実行過程にランダム性を導入することで、計算の度に計算過程や計算結果が異なることを許すかわりに、計算効率の向上やアルゴリズムの単純化をはかるものである。本研究組織の構成員らはこれに着目し、基盤研究(C)平成17～19年度「ランダムイズドアルゴリズムによる制御システムの解析と設計」において、理論的な厳密性を確率的な意味で再定式化し、確率的勾配法や確率的楕円体法などの洗練されたランダムイズドアルゴリズムを開発して、実用的な複雑さをもつ制御システムの解析と設計を確率的に厳密にかつ効率的に行う方法を提案してきた。本研究課題「制御システムの解析と設計への確率的アプローチ」は、これらの研究成果をさらに発展させ、確率的アプローチとして体系化することを目指し、構想されたものである。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、制御システムの解析と設計への確率的アプローチの構築を目指し、ランダムイズドアルゴリズムと確率的手法に関して、どのように定式化し、どのようなアルゴリズムを考え、どのようにランダム性を利用すれば、実用的な複雑さをもつ制御も問題を効率的に解けるかを研究した。特に、解きたい問題を単純化する代わりに、解の定義を確率的なものに変更し、本来の問題に対する確率的に厳密な解を、実用的な時間内に求める手法を中心に検討した。

## 3. 研究の方法

本研究の最終的な目標は、ランダムイズドアルゴリズムに関するこれまでの個々の研究成果を踏まえて研究を進めることにより、制御システムの解析と設計への確率的アプローチを、新しい方法論として体系化することにある。具体的には、以下のような二つの切り口で研究すべき課題を整理し、研究活動を行った。

(1) 確率的アプローチの構築：適用範囲のより広いランダムイズドアルゴリズムや確率的解析法の開発を通して、確率的アプローチの体系化を目指す。研究すべき課題としては、「ロバスト最適化」や「確率的双対性」など。

(2) 確率的アプローチの応用：実用的な制御系設計問題に対する確率的アプローチの適用法の具体的な検討を通して、確率的アプローチの体系化を目指す。研究すべき課題としては、「制御系設計における問題構造の利用」や「システム同定への展開」など。

得られた研究成果は、その都度学会発表を行うとともに、雑誌論文としてまとめた。また、関連する他の研究グループとの意見交換をはかり、研究成果に対するフィードバックを得るために、いくつかの国際会議で、オーガナイズドセッションを企画した。

## 4. 研究成果

本研究課題により得られた成果は次のようにまとめることができる。

### (1) 確率的アプローチの構築

この切り口で最初に設定した課題は「ロバスト最適化」であり、取り得る不確かさのすべてについて制約条件を満足しつつ、目的関数を最小化する解を求める問題である。すでに得られていたロバスト可解問題に対するランダムイズドアルゴリズムを参考に、ロバスト最適化のための逐次的ランダムイズドアルゴリズムを開発した(雑誌論文③、学会発表⑪⑭)。そこでは、解を求めるのに必要となるランダムサンプル数の上界について、最適化を対象としたとしても、アルゴリズムを工夫することにより、可解問題の場合と同じにできることを明らかにしている。

そこで重要となるのは、この理論的な上界と実際に生成されるランダムサンプル数のギャップについてである。この解析を可解問題を対象に行ったところ、可解判定の境界で生成されるランダムサンプル数が理論的上界に近づくという結果を得た(学会発表⑩)。ランダムサンプル数の理論的な上界はアルゴリズムの停止則で用いられる定数であることから、アルゴリズムの反復回数を少なくするためには、ロバスト最適化、ロバスト可解問題を問わず、この理論的上界のより小さなアルゴリズムの構築が望まれる。

そこで、これまで取り組んできた確率的勾配法、確率的楕円体のみならず、確率的切除平面法を対象に加え、検討を行った。標準的な解析中心を用いる切除平面法の場合、解を求めるのに必要となるランダムサンプル数の理論的上界はかなり大きいものとなる(学会発表⑬)。そこで、解析中心以外について検討し、最大体積楕円体の中心がランダムイズドアルゴリズムには特に有用であることを明らかにした(雑誌論文②、学会発表④⑧⑨⑮)。実際、最大体積楕円体の中心を用いる確率的切除平面法は、解析中心を用いる確率的切除平面法、確率的楕円体法、確率的勾配法のすべてに対して、用いられるランダムサンプル数の理論的上界が小さいという意味で優れており、したがってアルゴリズムは少ない反復回数で解を見つけて停止する。

以上の一連の研究とは別の課題として、「確率的双対性」について検討した。実際、数理計画において双対性は、問題をとらえる

別の視点を与え、主・双対アルゴリズムなど新たな解法を導いてきており、ランダムイズドアルゴリズムにおいても双対性を考えることは重要である。最初に示すべきことは双対問題をいかに構成すればよいかであるが、パラメータ依存線形行列不等式で記述されるロバスト可解問題については、その双対問題が積分行列不等式で記述できることを明らかにした(学会発表⑩)。

## (2) 確率的アプローチの応用

この切り口では、最初に「制御系設計における問題構造の利用」という課題を設定した。まず、多くのロバスト制御系設計問題の可解条件が、パラメータ依存行列不等式を連立させたものに帰着できることを利用し、ランダムイズドアルゴリズムにおける更新則をそれに合わせて修正する方法を開発した(雑誌論文①、学会発表⑫)。この工夫により、より少ないランダムサンプル数で解を求めることができる。また、不確かな離散時間システムに対するコスト保証型レギュレータの設計問題を取り上げ、その可解条件の構造に整合する効率的なランダムイズドアルゴリズムを提案した(雑誌論文④)。

一方、「システム同定への展開」という切り口で、確率的ノイズで駆動される動的システムの同定に基づく故障診断を対象に、検討を開始した(学会発表⑥⑦)。

また、システム同定や適応・学習アルゴリズムの基礎を与える確率近似法を対象に、確率的解析法を適用した。確率近似法とは、未知方程式の解を、雑音に乱された残差の観測値より逐次的に推定する方法であり、逐次的ランダムイズドアルゴリズムの原点を与えるものである。本研究課題に関してこれまでに得られた知見を活用することにより、確率近似法に対して、新たな停止則を構成しうることを明らかにした(学会発表①②③⑤)。ここで注意すべきは、従来の停止則が、アルゴリズムを実行して初めて得られる事後情報に基づくものであったことである。それに対して今回導いたのは、アルゴリズムの実行に先だって、指定された解の精度を達成するのに必要な反復回数を与えるものであり、アルゴリズムの収束の速さを直接評価し得るという意味で、意義のあるものである。

以上のように、雑誌論文4件、学会発表16件を通して、本研究課題を実施して得られた成果について公表を行った。なお、学会発表④⑩は、本研究課題に関連して研究代表者らが企画したオーガナイズドセッションにおける研究発表である。

さらに、これら雑誌論文や学会発表以外にも、研究代表者は、2009年5月に行われた計測自動制御学会のセミナー「制御への確率論

的アプローチ：基礎から応用まで」における講演「ランダムイズドアルゴリズムによる制御系解析・設計入門」の講師を務めたり、連携研究者とともに「ランダムイズドアルゴリズムによる制御システムの解析と設計」と題した解説記事を学会誌「システム/制御/情報」の2009年5月号に寄稿したりすることを通して、本研究成果の発信を広く行った。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

① Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki, Stochastic Ellipsoid Methods for Robust Control: Multiple Updates and Multiple Cuts, Automatica, 査読有、Vol. 46, (2010), 1339-1345

② 和田孝之、藤崎泰正、最大体積楕円体の中心を用いる確率的切除平面法、計測制御自動制御学会論文集、査読有、45巻・12号、(2009), 711-716

③ 和田孝之、藤崎泰正、ロバスト最適化のための逐次的ランダムイズドアルゴリズム、計測自動制御学会論文集、査読有、44巻・12号、(2008), 1027-1033

④ Yasumasa Fujisaki, Yuki Kitajima, and Yasuaki Oishi, Probabilistic Design of Discrete-Time Guaranteed Cost Regulators, Journal of Systems and Control Engineering, 査読有、Vol. 222, No. 7, (2008), 721-731

[学会発表] (計16件)

① Takayuki Wada, Takamitsu Itani, and Yasumasa Fujisaki, A Stopping Rule for Stochastic Approximation, The 49th IEEE Conference on Decision and Control, 2010. 12. 16, Atlanta (USA)

② Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki, Expected Squared Estimation Error of Stochastic Approximation in Finite Samples, The 42th ISICE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications,

2010. 11. 27, 岡山

③ 和田孝之、井浜崇充、藤崎泰正、  
多次元確率近似法に対する非漸近的な収束  
率確率、  
計測自動制御学会第 39 回制御理論シンポジ  
ウム、  
2010. 9. 27, 大阪

④ Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki,  
Sequential Randomized Algorithms: A  
Probabilistic Cutting Plane Technique  
Based on Maximum Volume Ellipsoid Center,  
2010 IEEE International Symposium on  
Computer-Aided Control System Design,  
2010. 9. 9, 横浜

⑤ 和田孝之、井浜崇充、藤崎泰正、  
確率近似法に対する停止則、  
第 54 回システム制御情報学会研究発表講演  
会、  
2010. 5. 21, 京都

⑥ 上健太郎、藤崎泰正、  
確率実現を用いた機械システムのモデルベ  
ース故障診断法、  
計測自動制御学会第 10 回制御部門大会、  
2010. 3. 18, 熊本

⑦ 野村篤史、藤崎泰正、  
凸最適化による周波数重み付き ARMA モ  
デリング、  
計測自動制御学会第 10 回制御部門大会、  
2010. 3. 17, 熊本

⑧ Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki,  
Probabilistic Cutting Plane Technique  
Based on Maximum Volume Ellipsoid Center,  
The Combined 48th IEEE Conference on  
Decision and Control and 28th Chinese  
Control Conference,  
2009. 12. 16, 上海

⑨ 和田孝之、藤崎泰正、  
確率的切除平面法によるロバスト最適化—  
最大体積楕円体を用いるアプローチ、  
第 52 回自動制御連合講演会、  
2009. 11. 21, 豊中

⑩ Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki,  
A Primal-Dual Setting for Probabilistic  
of Robust LMIs,  
The 41st ISCIE International Symposium on  
Stochastic Systems Theory and Its  
Applications  
2009. 11. 14, 神戸

⑪ Yasumasa Fujisaki and Takayuki Wada,  
Robust Optimization via Randomized  
Algorithms,  
ICROS-SICE International Joint Conference  
2009,  
2009. 8. 19, 福岡

⑫ 和田孝之、藤崎泰正、  
複数の勾配を用いる確率的切除平面法、  
計測自動制御学会第 9 回制御部門大会、  
2009. 3. 6, 東広島

⑬ Takayuki Wada and Yasumasa Fujisaki,  
Robust Optimization via Probabilistic  
Cutting Plane Technique,  
The 40th ISCIE International Symposium on  
Stochastic Systems Theory and Its  
Application,  
2008. 11. 15, 京都

⑭ 藤崎泰正、和田孝之、  
ランダムイズドアルゴリズムによるロバス  
ト最適化、  
第 156 回日本鉄鋼協会講演大会、  
2008. 9. 24, 熊本

⑮ 和田孝之、藤崎泰正、  
最大体積楕円体の中心を用いる確率的切除  
平面法、  
計測自動制御学会第 37 回制御理論シンポジ  
ウム、  
2008. 9. 19, 霧島

⑯ 和田孝之、藤崎泰正、  
ロバスト制御問題の可解性とランダムイズ  
ドアルゴリズムのサンプル数の関係につい  
て、  
第 52 回システム制御情報学会研究発表講演  
会、  
2008. 5. 17, 京都

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

藤崎 泰正 (FUJISAKI YASUMASA)  
大阪大学・大学院情報科学研究科・教授  
研究者番号：30238555

### (2) 研究分担者

該当なし

### (3) 連携研究者

大石 泰章 (OISHI YASUAKI)  
南山大学・情報理工学部・教授  
研究者番号：80272392