

機関番号： 10101

研究種目： 基盤研究(C)

研究期間： 2008～2010

課題番号： 20560762

研究課題名(和文) 核融合プラズマの3次元境界形状同定解析の実現可能性評価

研究課題名(英文) Feasibility study on analytical identification of 3-dimensional boundary profile of nuclear fusion plasma

研究代表者

板垣 正文 (ITAGAKI MASAFUMI)

北海道大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号： 30281786

研究成果の概要(和文): 核融合装置における磁気センサー信号からプラズマの外側の磁場とプラズマ境界形状を推定する新しい3次元計算手法が開発された。磁場センサーおよび磁束ループ信号に対応する境界積分方程式を連立させ、3次元ベクトル・ポテンシャルを未知数として解く。未知数の数を減少させるため、定式化においてはプラズマの回転対称性を導入した。大型ヘリカル装置について逆解析した結果、多数の磁気センサーをプラズマ外に配置すれば、磁場分布と最外殻磁気面形状をある程度の精度で推定できることがわかった。

研究成果の概要(英文): A new 3-D analytic tool based on the magnetic sensor signals in a nuclear fusion device has been developed to identify the magnetic field outside the plasma and the plasma boundary profile. The boundary integral equations in terms of 3-D vector potential for magnetic field sensors and flux loops are solved simultaneously. The rotational symmetry of the plasma is incorporated into the formulation to reduce the number of unknowns. The magnetic field profile and the last closed magnetic surface in the Large Helical Device can be now estimated with a fairly acceptable accuracy if a large number of magnetic sensors can be located outside the plasma.

交付決定額

(金額単位: 円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野： 核融合工学

科研費の分科・細目： 総合工学・核融合学

キーワード： 核融合プラズマ，コーシー条件面法，磁気センサー，境界要素法，最外殻磁気面

1. 研究開始当初の背景

核融合装置内のプラズマ境界形状または最外殻磁気面(LCMS)を知ることは、運転管理やプラズマ診断の観点から重要である。核融合プラズマは極めて高温であり、プラズマ内部にセンサーを設置することはほぼ不可能である。トカマク型装置におけるプラズマ境界形状は、通常、プラズマの外に配置し

た磁気センサーの信号に基づくオンライン計算から間接的に推定する。この目的で、コーシー条件面法(CCS法)が確立されている。コーシー条件面(CCS)とは、Dirichlet条件とNeumann条件の両方が未知な面をいう。

トカマク・プラズマの幾何形状は軸対称なので、CCS法による解析は2次元 $r-z$ 系でなし得る。一方、核融合科学研究所の大型ヘリ

カル装置 (LHD) におけるような非軸対称プラズマに対しては, 3次元解析が要求される。

しかし, CCS 法が3次元問題に適用された例はなく, 人跡未踏の難題であった。理由は, 2次元 CCS 法に比べて未知数の数が増大し, 解が一意に求まるか否か数的に未解明だったからである。また, どの程度の個数のセンサーを配置すれば3次元逆解析が可能かという疑問に答える研究成果はなかった。

2. 研究の目的

本研究の目的は, 2次元系に比べて未知数の数が過大となる3次元系に CCS 法が適用可能かどうかを調べることにある。境界要素法に基づく3次元 CCS 法解析コードを開発し, その解析手法の確立と妥当性の検証を行う。

3. 研究の方法

CCS を図1の上図のようにプラズマ中の適当な位置に設置する。実際にはプラズマが存在するが, CCS の外側を真空磁場と仮定する。プラズマ外部の磁気センサー信号と外部コイル電流値に基づいて真空磁場を支配する境界積分方程式を解くとき, プラズマ境界の外側では正しい値が得られる。

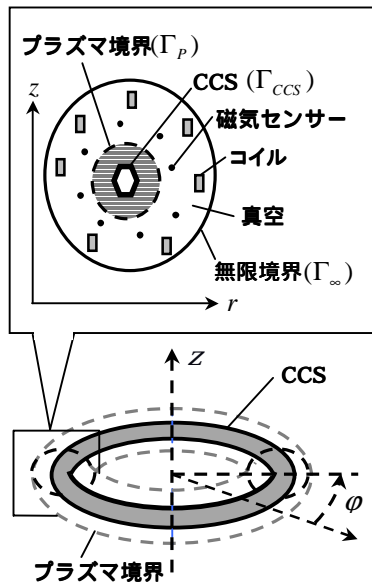


図1 コーサー条件面の配置

本研究の3次元 CCS 法では, Dirichlet 条件と Neumann 条件をそれぞれベクトル・ポテンシャル A とその法線方向微分値 $\partial A/\partial n$ とする。CCS は, 図1の下図のように3次元で配置されたプラズマ領域内に円環状に設置し, 境界要素の数に比例したノード点を設ける。各ノード点に対して Dirichlet 条件と Neumann

条件を定める。

本研究では, デカルト座標系でのベクトル・ポテンシャル (A_x, A_y, A_z) を用いて定式化を行う。センサー信号として磁場3成分 (B_r, B_ϕ, B_z) は, CCS 上のノード点でデカルト座標系による (A_x, A_y, A_z) を未知数とし,

$$B_r = \sin\phi \frac{\partial}{\partial z} A_x - \cos\phi \frac{\partial}{\partial z} A_y + \left(-\sin\phi \frac{\partial}{\partial x} + \cos\phi \frac{\partial}{\partial y} \right) A_z \quad (1)$$

$$B_\phi = \cos\phi \frac{\partial}{\partial z} A_x + \sin\phi \frac{\partial}{\partial z} A_y + \left(-\cos\phi \frac{\partial}{\partial x} - \sin\phi \frac{\partial}{\partial y} \right) A_z \quad (2)$$

$$B_z = -\frac{\partial}{\partial y} A_x + \frac{\partial}{\partial x} A_y \quad (3)$$

の関係を満たすように, 特異点 i をセンサー位置に置いた境界積分方程式の組を

$$B_j - W_j^{(B)} = \int_{\Gamma_{CCS}} \left\{ (L_x^i \phi_i^*) \frac{\partial A_x}{\partial n} - A_x \left(L_x^i \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} \right) \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_{CCS}} \left\{ (L_y^i \phi_i^*) \frac{\partial A_y}{\partial n} - A_y \left(L_y^i \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} \right) \right\} d\Gamma + \int_{\Gamma_{CCS}} \left\{ (L_z^i \phi_i^*) \frac{\partial A_z}{\partial n} - A_z \left(L_z^i \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} \right) \right\} d\Gamma \quad (4)$$

とする。 ϕ はトロイダル角, $W_j^{(B)}$ はコイル電流の寄与, L は磁場3成分に応じて決まる作用素であり, 添え字は $j = r, \phi, z$ である。

磁束ループ信号はベクトルポテンシャルの一周線積分 $\psi = \int_C A \cdot dr$ で定義される。トロイダル方向に設置された磁束ループを例にとれば, 対応する境界積分方程式は

$$\psi - W^{(\psi)} = \int_{\Gamma_{CCS}} \left[-\frac{\partial A_x}{\partial n} \int_0^{2\pi} r \sin\phi \cdot \phi_i^* d\phi + A_x \int_0^{2\pi} r \sin\phi \cdot \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} d\phi \right] d\Gamma + \int_{\Gamma_{CCS}} \left[\frac{\partial A_y}{\partial n} \int_0^{2\pi} r \cos\phi \cdot \phi_i^* d\phi - A_y \int_0^{2\pi} r \cos\phi \cdot \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} d\phi \right] d\Gamma \quad (5)$$

となる。さらに特異点 i を CCS 上に置いた境界積分方程式

$$\int_{\Gamma_{CCS}} \left(\phi_i^* \frac{\partial A_k}{\partial n} - A_k \frac{\partial \phi_i^*}{\partial n} \right) d\Gamma = \frac{1}{2} A_{k,i} \quad (6)$$

も加えて, 式(4)(5)(6)を連立させ, 離散化して得られる行列方程式

$$\mathbf{Hu} = \mathbf{Gq} \quad (7)$$

を得る。ここに, \mathbf{u}, \mathbf{q} 内の各成分は

$$\mathbf{u} = \{ A_x^{(1)}, A_y^{(1)}, A_z^{(1)}, \dots, A_x^{(k)}, A_y^{(k)}, A_z^{(k)} \}^T, \\ \mathbf{q} = \left\{ \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial n}, \frac{\partial A_y^{(1)}}{\partial n}, \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial n}, \dots, \frac{\partial A_x^{(k)}}{\partial n}, \frac{\partial A_y^{(k)}}{\partial n}, \frac{\partial A_z^{(k)}}{\partial n} \right\}^T$$

である。

回転角を $\Delta\varphi = \varphi^{(k)} - \varphi^{(1)}$ と定義すると、 $1/n$ 回転対称性を持つ体系の第 k 番目の領域における $(A_x^{(k)}, A_y^{(k)}, A_z^{(k)})$ は第 1 番目の領域における $(A_x^{(1)}, A_y^{(1)}, A_z^{(1)})$ を用いて、一次変換形式

$$\begin{pmatrix} A_x^{(k)} \\ A_y^{(k)} \\ A_z^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Delta\varphi^{(k)} & -\sin \Delta\varphi^{(k)} & 0 \\ \sin \Delta\varphi^{(k)} & \cos \Delta\varphi^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x^{(1)} \\ A_y^{(1)} \\ A_z^{(1)} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

で表される。式(7)に式(8)を適用すれば、未知数の数を $1/n$ に減らすことができる。

以上の、CCS 上の点に対する方程式および各センサーに対する方程式を連立して解くことになる。この場合の連立 1 次方程式を

$$\mathbf{D}\mathbf{p} = \mathbf{g}, \quad (9)$$

の形式に変形する。この行列方程式を解くのに特異値分解 (SVD) 法が使える。SVD 法では、行列 \mathbf{D} を $\mathbf{D} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T$ のように分解する。式(9)の解は基本的に $\mathbf{p} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}^T \mathbf{g}$ で与えられるが、数値的な悪条件を緩和するために Tikhonov の正則化パラメータ γ を用いて

$$\mathbf{p} = \mathbf{V}(\mathbf{\Lambda}^T \mathbf{\Lambda} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{U}^T \mathbf{g} \quad (10)$$

のように解く。

こうして、いったん CCS 上のベクトル・ポテンシャル A とその微分値 $\partial A / \partial n$ の全てが既知となれば、それらを式(4)に再度代入すると任意の位置 i で磁場 3 成分を計算できる。

3 次元磁場分布が得られたら、磁力線を追跡できる。磁場データは 3 次元 4 次のスプライン関数で内挿する。磁力線に関する方程式は 8 段 6 次のルンゲ・クッタ法を用いて積分する。この磁力線追跡の過程で最外殻磁気面 (LCMS) の形状が同定される。

4. 研究成果

以上の定式化に基づいて、3 次元 CCS 法コードの原型が開発された。このコードの検証のため、大型ヘリカル装置 (LHD) の非軸対称プラズマを解析対象とした。磁気センサー信号から 3 次元 CCS 法を用いて磁場の 3 成分を逆解析した。結果を 3 次元 MHD 平衡計算コード HINT2 で計算した基準解と比較した。

円環状の CCS を実際のプラズマの内部と思われる位置に設けた。この円環の断面は半径 0.075m の円であり、中心を $r=3.7303\text{m}$, $z=0.0\text{m}$ の位置とした。 $1/10$ 回転対称性を考慮して CCS 円環の 36 度部分のみをモデル化し、1 要素あたり 9 個の節点を持つ境界要素 48 個に分割した。解析上、トロイダル方向に 100 個、ポロイダル方向に 26 個の磁束ループ、440 個の磁場センサーをそれぞれプラズマの

外部に配置した。個々の磁場センサーは 1 点で磁場 3 成分の全てを検出すると仮定した。センサー信号は HINT2 コードによる計算から事前に与えられている。こうして、式(9)の行列方程式を解くことができる。式(10)中にある Tikhonov 正則化定数は $\gamma = 1.0 \times 10^{-14}$ とした。

CCS 上の境界値が全て決定された後は、式(4)にしたがって任意の位置で磁場を計算した。式(4)中にある外部コイルの寄与 $W_j^{(B)}$ は事前に HINT2 コードで計算された。まず、プラズマ電流のみによる寄与 $B_j - W_j^{(B)}$ が CCS 法解析により与えられた。次に、この $B_j - W_j^{(B)}$ に上記のコイルの寄与 $W_j^{(B)}$ を加え、プラズマ電流とコイル電流の両方に起因する磁場 B_j を得た。 $B_j - W_j^{(B)}$ と B_j の両方の逆解析結果をそれぞれ基準解と比較する。

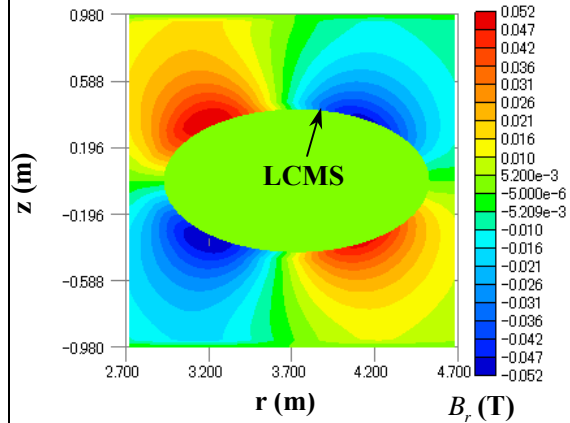


図 2(a) 磁場成分 B_r の分布 (基準解)

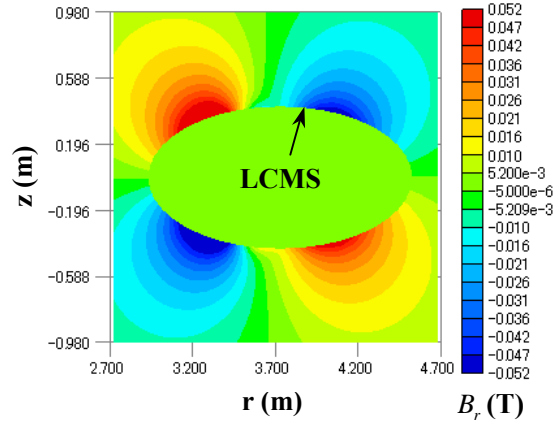


図 2(b) 磁場成分 B_r の分布 (逆解析解)

図 2 にトロイダル角 $\varphi = 18^\circ$ のポロイダル断面における、コイル電流の寄与を含まない時の磁場の r 方向成分の分布図を示す。図 2(a) は、HINT2 コードによる基準解であり、図 2(b) は逆解析結果である。CCS 法ではプラズマの外部においてのみ物理的に意味のある解を与えるので、プラズマ境界内の磁場は 0 として描いている。基準解と逆解析結果は、

プラズマ境界の外で概ね一致している。

図 3 には、逆解析で得た r - ϕ 断面 ($z=0$: 赤道断面) における B_r の分布を描いた。CCS 法ではプラズマの外部においてのみ物理的に意味のある解を与えるので、磁場計算値の絶対値が大きいものは白抜きとした。本解析結果をみると、 36° 回転対称、LHD 特有の 18° ヘリカル対称 ($B_r(r, z, -\phi) = B_r(r, z, \phi)$) の再現が確認できる。

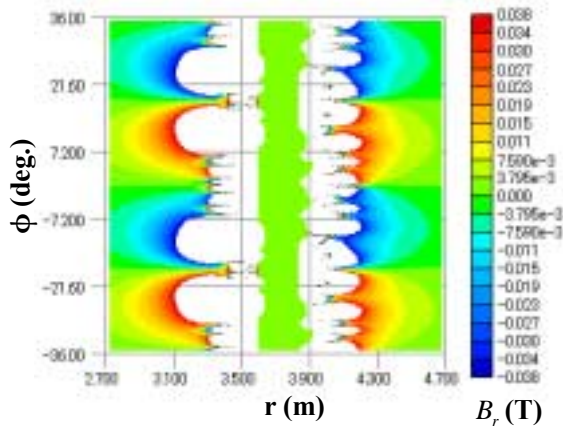


図 3 r - ϕ 断面での B_r の分布

さて、実際のセンサーが検知するのはプラズマ電流とコイル電流の両方の寄与を合算したものである。このため、図 2(a), (b) に示される磁場分布にコイル電流の寄与を加算してみる。加算後の磁場分布を図 4(a), (b) に示す。HINT2 コードによる基準解を図 4(a)、CCS 法による逆解析結果を図 4(b) に示す。基準解 (図 4(a)) と逆解析結果 (図 4(b)) の間には、一見、ほとんど差異がないように見える。これは、コイル電流の磁場に与える寄与がプラズマ電流の寄与の 10 倍以上あるからである。LCMS の外側の大部分で相対誤差は 5% 以下である。

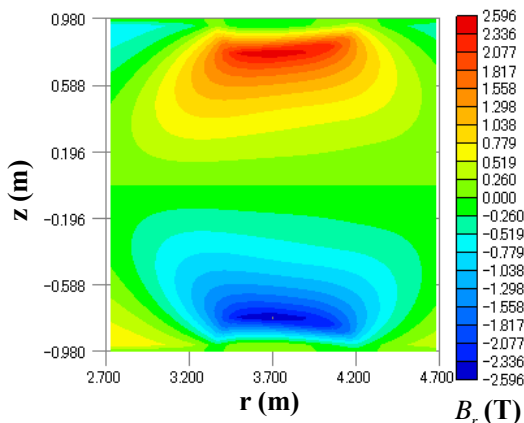


図 4 (a) 磁場成分 B_r の分布 (基準解)

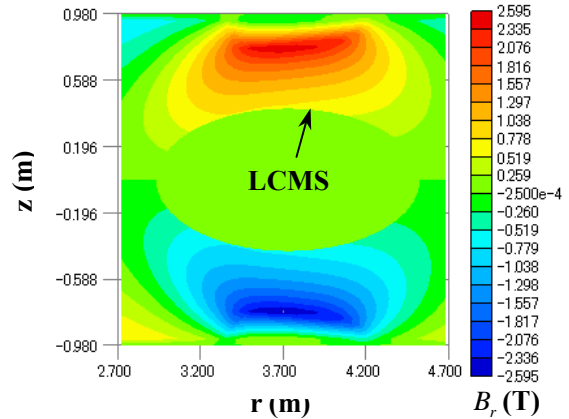


図 4(b) 磁場成分 B_r の分布 (逆解析解)

以上のプラズマ電流とコイル電流の両方の寄与を合算した磁場に基づき、2 種類の磁力線追跡がなされた。ひとつは HINT2 コードで計算された磁場、もうひとつは逆解析で得た磁場に対するものである。いずれの磁場もプラズマ電流とコイル電流の両方の寄与を含んでいる。いずれの磁場に対しても

$$(r, z, \phi) = (4.47\text{m}, 0.0\text{m}, 18^\circ)$$

を出発点とし、周回数が 100 回に達するまで磁力線を追跡した。図 5 は横長断面 (トロイダル角 $\phi = 18^\circ$) における磁力線のポアンカレ・プロットである。実線は磁場基準解に基づくもの、で示すのが逆解析された磁場に基づく結果である。前者は LCMS を明瞭に描いているが、後者はシャープな閉曲線とはなっていない。しかし、で示す点は LCMS をほぼなぞっている。

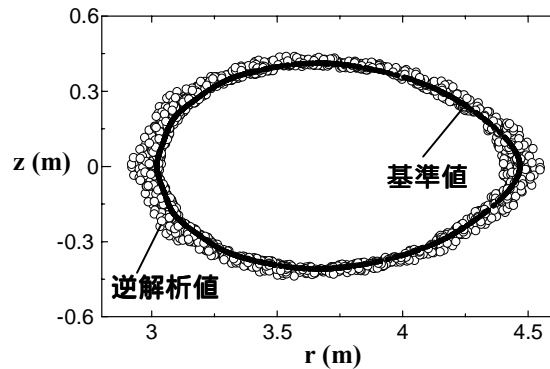


図 5 磁力線追跡の結果

以上の成果を以下に要約する。

- (1) 3次元 CCS 法コードの原型が開発された。その定式化はベクトル・ポテンシャルの 3次元分布に基づいている。
- (2) 磁場センサーと磁束ループの信号に対してベクトル・ポテンシャルの x -, y -, z -成分に関わる境界積分方程式を連立させて

解いている。

- (3) 磁束ループに対する境界積分方程式においては、磁束ループ信号と整合するように基本解に関わる部分のみをループに沿って周回積分している。
- (4) LHD に特有な回転対称性を境界積分方程式の定式化に盛り込み、未知数の数の低減化を図った。
- (5) LHD において LCMS の外側でプラズマ電流のみに起因する磁場の逆解析結果は、HINT2 コードによる基準解を概ね再現した。一方で、プラズマ電流とコイル電流の両方に起因する磁場の逆解析結果は、基準解と良く一致した。
- (6) 磁場の逆解析結果に基づいて磁力線追跡によって描いた LCMS は、基準解によるものと概ね一致した。
- (7) 結論として、多数の磁気センサーをプラズマの外に配置しさえすれば、プラズマの外の磁場分布と LCMS を概ね再現できることがわかった。
- (8) 逆解析結果の精度を改善させるため、今後、一層の努力が必要である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 0 件)

[学会発表](計 13 件)

国際会議：

- 1) M. Itagaki, T. Ishimaru, K. Watanabe, "Rotational symmetry applied to boundary element computation for nuclear fusion plasma" in BEM/MRM XXXII, pp.133-142, Proc. the 32nd International Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, Southampton, 2010, WIT Press, Southampton, U.K. (8 Sep. 2010).
- 2) M. Itagaki, T. Maeda, A. Wakasa, K. Watanabe, "Provisional study on 3-D Cauchy condition surface method for fusion plasma shape identification" in BEM/MRM XXXI, pp.397-404, Proc. the 31st World Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, Southampton, 2009, WIT Press, Southampton, U.K. (4 Sep. 2009).

学会発表等：

- 1) 大久保岳, 板垣正文, 關良輔, 鈴木康浩, 渡邊清政, コーシー条件面法による大型ヘリカル装置の 3 次元磁場分布逆解析, 第 7 回数学総合若手研究集会, 北海道大

学, 札幌 (2011. 3. 1).

- 2) 大久保岳, 板垣正文, 關良輔, 鈴木康浩, 渡邊清政, 3 次元コーシー条件面法による LHD の磁場分布逆解析, プラズマ・核融合学会第 27 回年会 (02P07), 北海道大学, 札幌 (2010. 12. 2).
- 3) 前田忠昭, 石丸武志, 松山哲士, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 大型ヘリカル装置の 3 次元プラズマ境界形状逆推定の試み, 第 6 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 札幌 (2010. 2. 16).
- 4) 石丸武志, 前田忠昭, 松山哲士, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 回転対称性を考慮した核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定, 第 6 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 札幌 (2010. 2. 16).
- 5) 松山哲士, 石丸武志, 前田忠昭, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定への磁束ループ信号の取り込み, 第 6 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 札幌 (2010. 2. 16).
- 6) 石丸武志, 前田忠昭, 松山哲士, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定: 回転対称性の考慮, プラズマ・核融合学会第 26 回年会 (2aD09P), 京都国際交流会館, 京都 (2009. 12. 2).
- 7) 松山哲士, 石丸武志, 前田忠昭, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定: 磁束ループ信号の取り込み, プラズマ・核融合学会第 26 回年会 (2aD10P), 京都国際交流会館, 京都 (2009. 12. 2).
- 8) 前田忠昭, 石丸武志, 松山哲士, 板垣正文, 鈴木康浩, 渡邊清政, 核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定: ヘリカル型装置への適用, プラズマ・核融合学会第 26 回年会 (2aD11P), 京都国際交流会館, 京都 (2009. 12. 2).
- 9) 前田忠昭, 3 次元コーシー条件面法による核融合プラズマ境界形状の逆推定, 第 5 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 札幌 (2009. 3. 5).
- 10) 石丸武志, 回転対称性を考慮した境界要素法, 第 5 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 札幌 (2009. 3. 5).
- 11) 前田忠昭, 若狭有光, 渡邊清政, 板垣正文, 核融合プラズマの 3 次元境界形状逆推定の試算, プラズマ・核融合学会第 25 回年会プラ核年会 (4aC02P), 栃木県総合文化センター, 宇都宮 (2008. 12. 4)

6 . 研究組織

(1)研究代表者

板垣 正文 (ITAGAKI MASAFUMI)

北海道大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：30281786

(2)研究分担者

若狭 有光 (WAKASA ARIMITSU)

北海道大学・大学院工学研究科・学術研究員

(2009 年度より他大学に転出)

研究者番号：70451440

(3)連携研究者

なし