

研究種目：若手研究（B）
 研究期間：2008～2009
 課題番号：20700003
 研究課題名（和文） 発見的手法による「人が待てる」アルゴリズムの開発
 研究課題名（英文） Heuristic algorithms with reasonable running time
 研究代表者 伊藤 健洋（ITO TAKEHIRO）
 東北大学・大学院情報科学研究科・助教
 研究者番号：40431548

研究成果の概要（和文）：

本研究では、理論研究によるアルゴリズム開発を行うだけでなく、開発したアルゴリズムに発見的手法を組み合わせることで、「人が待てる」高速なアルゴリズムの開発まで一貫して行った。電力系統の配電融通問題などに応用がある「需要と供給のグラフ分割問題」に対しては、近似アルゴリズムを与え、発見的手法と組み合わせることで、瞬時に分割を求めることに成功した。一方で、選挙区割問題や画像処理などに応用がある「グラフの均一分割問題」に対しては、最適解を多項式時間で求めるアルゴリズムを与えることに成功した。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we obtained heuristic algorithms which runs in reasonable time from the viewpoint of practical applications. We dealt with two graph partition problems, called the power-supply problem and the uniform partition problem. For the power-supply problem, we gave an approximation algorithm, called an FPTAS. Based on the FPTAS, we also gave a heuristic algorithm. For the uniform partition problem, we gave a polynomial-time algorithm which finds an optimal solution for trees.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：アルゴリズム

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論

1. 研究開始当初の背景

様々な実用上の問題は、点とそれらを結ぶ辺からなる“グラフ”に関する組合せ最適化

問題として定式化することができる。しかし、それら多くの問題は一般のグラフに対してはNP困難であり、高速に解くことは難しい

と考えられている。そこで、グラフをある程度制限することで、高速なアルゴリズムが開発されてきた。その一方で、応用の観点から見れば、次のような課題があった。

- (1) アルゴリズムがグラフを制限しすぎているため、利用できない。
- (2) 理論上は高速であっても、実用上は許容範囲を超えている。

これらの課題が壁となり、実際には経験則や運用制約に基づく発見的アルゴリズムが開発されることがほとんどであり、その解の精度はあまり良いものではなかった。

2. 研究の目的

本研究では、理論研究によるアルゴリズム開発を行うだけでなく、開発したアルゴリズムに発見的手法を組み合わせることで、「人が待てる」高速なアルゴリズムの開発まで一貫して行うことを目的とする。特に、本研究では、電力系統の配電融通問題などに応用がある「需要と供給のグラフ分割問題」と、選挙区割問題や画像処理などに応用がある「グラフの均一分割問題」の2つを通して、このようなアプローチの一般化を目指す。

需要と供給のグラフ分割問題とは、需要点と供給点のあるグラフに対し、電力が供給されない需要点ができってしまうとき、供給されている需要点の需要量の合計を最大にする最大化問題である。従来の研究により、“木”と呼ばれるグラフに対しては、任意の精度の近似解を高速に求めるアルゴリズム（完全近似スキーム）が与えられていたが、実際の電力網は木の構造をしていないため応用が難しかった。そこで本研究では、“部分 k -木”と呼ばれるグラフに対する完全近似スキームの開発を行うことで、実際の電力網に応用できるようなアルゴリズムの開発を目指す。さらに、発見的手法を組み合わせることで、

解の精度をできるだけ保ったまま、瞬時に配電方法を求めるようなアルゴリズムに発展させる。

一方で、グラフの均一分割問題とは、点に整数の重みが付いたグラフと整数組 (l, u) が与えられたとき、グラフから何本かの辺を削除し、各連結成分に含まれる点重みの合計がほぼ均一、すなわち l 以上 u 以下になるようにグラフを分割する問題である。最少または最大の連結成分数を持つ分割を見つける問題は、“直並列グラフ”と呼ばれるグラフに限定しても NP 困難であるが、従来の研究により、最適解を擬多項式時間で求めるアルゴリズムが与えられていた。しかし、擬多項式時間アルゴリズムは NP 困難な問題においては効率が良いとはいえ、応用上では高速とは言えなかった。そこで本研究では、グラフを木に限定することで、最適解を多項式時間で求めるアルゴリズムの開発を行う。さらに、上限 u と下限 l の差を利用し、発見的手法を組み合わせる。

3. 研究の方法

需要と供給のグラフ分割問題の完全近似スキーム開発には、部分 k -木の特徴的なグラフ構造を利用する。理論的なアルゴリズム開発を助けるため、研究代表者が以前開発した木に対する完全近似スキームを計算機に実装し、そのアルゴリズムの動作や出力される結果を詳細に解析する。

さらに、需要量と供給量の分布に着目し、発見的手法を組み合わせる。発見的手法の主となるアイデアは、グラフの需要量と供給量の分布に着目することである。具体的には、供給量に比べて充分小さい需要量は考慮せずに初期分割を求め、その後、小さい需要量を考慮して初期分割を改善していく。開発したアルゴリズムは、計算機実験によってその

性能を評価する。

グラフの均一分割問題に対する多項式時間アルゴリズムは、各連結成分に含まれる点重みの合計が1以上 u 以下になるように分割したい。見方を変えれば「上限と下限の差 $u-1$ の幅に入っていればよい」という緩い条件とも考えられる。この緩さを利用して、動的計画法の情報を粗くするというのがアイデアである。

このアイデアは、発見的手法を組み合わせる際にも応用できる。どの程度情報を粗くするかをパラメータ化し、その設定値を変えることで、解の精度と計算時間を調節できるような手法を開発する。

4. 研究成果

需要と供給のグラフ分割問題については、部分 k -木に対し、最大化問題を解く完全近似スキームを与えた。完全近似スキームは、求める近似解の精度をアルゴリズムの使用者が任意に指定することができ、その意味で最良の近似アルゴリズムである。本研究成果は、Journal of Discrete Algorithms に掲載になった。また、需要量と供給量の分布に着目し、発見的手法を開発、計算機実験を行った。その結果、近似解の精度に大きな影響を与えることなく、しかも高速に解が求められる事がわかった。この発見的手法は、数十点規模のグラフであれば1秒以内に高い精度の近似解を求める事ができる。

また、グラフの均一分割問題については、木に対して多項式時間で最適な分割を求めるアルゴリズムを与えた。この研究成果は、国際会議 ISAAC 2008 に採択され、Best Paper Award を受賞した。多項式時間アルゴリズムは、上限と下限の差 $u-1$ の幅を利用しており、その幅を拡張することで発見的手法にも適用可能である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

1. Takehiro Ito, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, “Partitioning Graphs of Supply and Demand,” Discrete Applied Mathematics, Vol. 157, pp. 2620-2633, 2009. (査読有)
2. Takehiro Ito, Yuichiro Miyamoto, Hirotaka Ono, Hisao Tamaki and Ryuhei Uehara, “Route-Enabling Graph Orientation Problems,” Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5878, pp. 403-412, 2009. (査読有)
3. Takehiro Ito, Marcin Kamiński, Daniël Paulusma and Dimitrios M. Thilikos, “Parameterizing Cut Sets in a Graph by the Number of Their Components,” Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5878, pp. 605-615, 2009. (査読有)
4. Takehiro Ito, William S. Kennedy and Bruce A. Reed, “A Characterization of Graphs with Fractional Total Chromatic Number Equal to $\Delta+2$,” Electronic Notes in Discrete Mathematics, Vol. 35, pp. 235-240, 2009. (査読有)
5. Takehiro Ito, Marcin Kamiński and Erik D. Demaine, “Reconfiguration of List Edge-Colorings in a Graph,” Lecture Notes in Computer Science Vol. 5664, pp. 375-386, 2009. (査読有)

6. Takehiro Ito, Erik D. Demaine, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, "Approximability of Partitioning Graphs with Supply and Demand," Journal of Discrete Algorithms, Vol. 6, No. 4, pp. 627-650, 2008. (査読有)
 7. Takehiro Ito, Takeaki Uno, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, "Partitioning a Weighted Tree to Subtrees of Almost Uniform Size," Lecture Notes in Computer Science Vol. 5369, pp. 196-207, 2008. (査読有)
 8. Takehiro Ito, Erik D. Demaine, Nicholas J. A. Harvey, Christos H. Papadimitriou, Martha Sideri, Ryuhei Uehara and Yushi Uno, "On the Complexity of Reconfiguration Problems," Lecture Notes in Computer Science Vol. 5369, pp. 28-39, 2008. (査読有)
- [学会発表] (計6件)
1. Takehiro Ito, Yuichiro Miyamoto, Hirotaka Ono, Hisao Tamaki and Ryuhei Uehara, "Route-Enabling Graph Orientation Problems," 20th Annual International Symposium on Algorithms and Computation, 2009年12月16日, アメリカ合衆国・ハワイ.
 2. Takehiro Ito, Marcin Kamiński, Daniël Paulusma and Dimitrios M. Thilikos, "Parameterizing Cut Sets in a Graph by the Number of Their Components," 20th Annual International Symposium on Algorithms and Computation, 2009年12月16日, アメリカ合衆国・ハワイ.
 3. Takehiro Ito, William S. Kennedy and Bruce A. Reed, "A Characterization of Graphs with Fractional Total Chromatic Number Equal to $\Delta+2$," 5th Latin-American Algorithms, Graphs and Optimization Symposium, 2009年11月7日, ブラジル・リオグランデドスル.
 4. Takehiro Ito, Marcin Kamiński and Erik D. Demaine, "Reconfiguration of List Edge-Colorings in a Graph," 11th Algorithms and Data Structures Symposium, 2009年8月21日, カナダ・バンフ.
 5. Takehiro Ito, Takeaki Uno, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, "Partitioning a Weighted Tree to Subtrees of Almost Uniform Size," 19th Annual International Symposium on Algorithms and Computation, 2008年12月15日, オーストラリア・ゴールドコースト.
 6. Takehiro Ito, Erik D. Demaine, Nicholas J. A. Harvey, Christos H. Papadimitriou, Martha Sideri, Ryuhei Uehara and Yushi Uno, "On the Complexity of Reconfiguration Problems," 19th Annual International Symposium on Algorithms and Computation, 2008年12月15日, オーストラリア・ゴールドコースト.
6. 研究組織
 (1) 研究代表者
 伊藤 健洋 (ITO TAKEHIRO)
 東北大学・大学院情報科学研究科・助教
 研究者番号：40431548