

機関番号：17102

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2008～2010

課題番号：20700165

研究課題名 (和文) クロネッカー積表現に基づくテンソルデータ処理に関する研究

研究課題名 (英文) Tensor data processing based on Kronecker product representation

研究代表者

井上 光平 (いのうえ こうへい)

九州大学・芸術工学研究院・助教

研究者番号：70325570

研究成果の概要 (和文)：

ベクトルや行列に対して定義されるクロネッカー積を一般の多次元配列(テンソルと呼ばれる)に拡張し、それに基づくテンソルデータ処理法を開発した。まず、テンソルのクロネッカー積近似と最良ランク1近似の関係を示した。次に、階数と次元数が等しい複数のテンソルデータを、次元数が小さいテンソルのクロネッカー積によって同時に近似する問題を提示し、その反復解法を導出した。また、テンソルの最良ランク1近似のクロネッカー積表現の一般化も行った。

研究成果の概要 (英文)：

Kronecker products defined for vectors and matrices are extended for general multi-dimensional arrays (tensors), and several methods for tensor data processing are developed in this research. First, a relationship between the approximation with Kronecker products of a tensor and the best rank-1 approximations is shown. Next, an approximation problem with Kronecker products of tensors is presented and an iterative algorithm for solving the problem is derived, and then the Kronecker product representation of the best rank-1 approximation of a tensor is generalized.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,700,000	810,000	3,510,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・知能情報処理・知能ロボティクス

キーワード：画像情報処理

## 1. 研究開始当初の背景

主成分分析 (PCA) などの従来の多変量解析手法は、ベクトルデータを対象としているため、2階以上のテンソルデータを扱う場合、テンソルからベクトルへの変換が必要である。しかし、それによってベクトルの次元数

が増加し、その結果、大規模な行列の固有値問題を解かねばならなくなる。これを避ける方法として、行列(2階テンソル)データについては2次元PCA (Yangら, IEEE Trans. PAMI, 2004) や行列データの同時低ランク近似法 (Ye, Machine Learning, 2005) などが提案さ

れている。これらの方法は、行列からベクトルへの変換が不要であり、従って次元数の増加が避けられる。本研究代表者らはテンソルデータの同時低ランク近似法(信学技報 PRMU, 2006)を提案し、その PCA との関係性を論じた(画像の認識・理解シンポジウム(MIRU), 2007)。ここでは、テンソルと行列の  $n$  モード積表現と、行列のクロネッカー積及び行列とベクトルの積表現との等価変換を利用した。この変換則はテンソルとクロネッカー積を関連付けるものであり、行列のクロネッカー積表現による近似性能が、テンソルの同時低ランク近似の性能に直接的に関係することを示している。ここから、テンソルデータをクロネッカー積で表現するという本研究の着想を得た。

これまでに、1 個の行列を 2 個の小行列のクロネッカー積に分解する研究例(Van Loanら, Linear Algebra for Large Scale and Real Time Applications, 1993)はあるが、テンソルを 2 個以上の小テンソルに分解する研究は未だなされていなかった。

## 2. 研究の目的

本研究では、テンソルデータを複数の小さなテンソルのクロネッカー積によって表す方法を開発することを目的とする。テンソルのクロネッカー積表現はテンソルデータの次元削減、特徴抽出などに利用でき、テンソルデータの類似検索やパターン認識などのテンソルデータ処理を高精度かつ高速に行うのに適していると期待される。

## 3. 研究の方法

本研究では、研究期間の前半に、テンソルのクロネッカー積表現の定式化とクロネッカー積への分解アルゴリズムの開発などの理論的研究を中心に行い、後半にデータ圧縮や類似検索などのテンソルデータ処理への応用的研究を中心に行うことを計画した。実験には、評価用の顔画像データベースや映像データベースを用いる。

## 4. 研究成果

(1) 2008 年度は、テンソルのクロネッカー積近似と最良ランク 1 近似の関係を示し、複数のテンソルデータの同時低ランク近似と主成分分析の関係を示した。また、行列の特異値分解をテンソルに拡張した高階特異値分解において、主要な特

異ベクトルを自動的に選択して、各モードの次元数を自動的に決定する方法を提案し、実験でその有効性を確認した。更に、複数のテンソルデータの同時低ランク近似をロバスト化したロバスト同時低ランク近似を提案し、顔画像データベースを用いた実験で、外れデータの影響を受けることなく、顔画像データの圧縮・復元ができることを確認した(図 1: 提案手法(実線)は従来手法(破線)よりも復元誤差が小さい)。また、テンソルデータ集合を部分空間で表し、部分空間をマッチングすることによって、テンソルデータを識別するパターン認識法を提案し、ロバスト化を行うことによって、外れデータを含むテストデータの認識率が向上することを確認した。

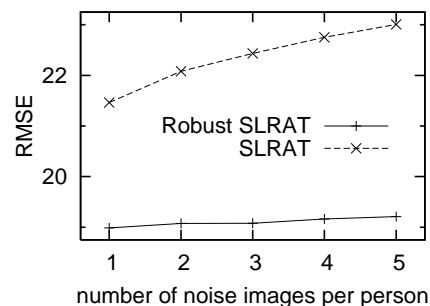


図 1 復元誤差

(2) 2009 年度は、階数と次元数が等しい複数のテンソルデータを、次元数が小さいテンソルのクロネッカー積によって同時に近似する問題を提示し、その反復解法を導出した。複数のテンソルデータの同時クロネッカー積近似に要するメモリ容量を見積もり、映像処理評価用映像データベースのビデオデータを用いた実験で、提案手法の有効性を検証した。また、多重線形主成分分析をロバスト化する方法を提案した。外れサンプルとサンプル内の外れ値のそれぞれについて、ラグランジュ乗数法に基づき反復アルゴリズムを導出した。従来の多重線形主成分分析よりも外れ値に対する耐性が高いことを実験で確認した(図 2: 提案手法(破線)は従来手法(実線)よりも復元誤差が小さい)。更に、テンソルデータの次元削減の一表現であるトレースの比に関する最適化問題について、最近提案されたトレースの差に関する最適化アルゴリズムのラグランジュ乗数法に基づく導出法を示した。また、多重線形主成分分析がトレースの比に関する最適化問題として定式化されるテンソル部分空間学習の特別な場合の一つであることを示した。

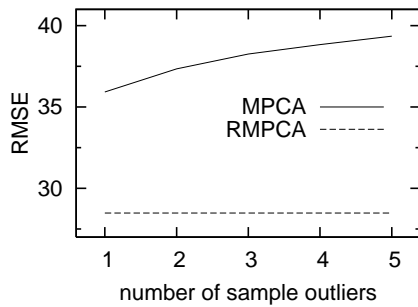


図2 復元誤差

(3) 2010年度は、テンソルの最良ランク1近似のクロネッカー積表現を一般化して、テンソルの最良ランク  $(R_1, R_2, \dots, R_N)$  近似のクロネッカー積表現を求め、ビデオデータを用いた実験で、テンソルの最良ランク  $(R_1, R_2, \dots, R_N)$  近似のクロネッカー積表現が可能であることを確認した。また、最近提案された対称2次元線形判別分析の反復アルゴリズムにおける反復回数の決定困難性を回避する方法として、非反復の対称2次元線形判別分析を提案し、学習時の計算量を削減しながら、従来の対称2次元線形判別分析と同程度の認識率が得られることを、顔認識の実験で確認した。実験に用いた ORL データベースの顔画像の例を図3に示す。



図3 顔画像の例

また、認識実験の結果得られる分類表 (confusion matrix) を図4に示す。

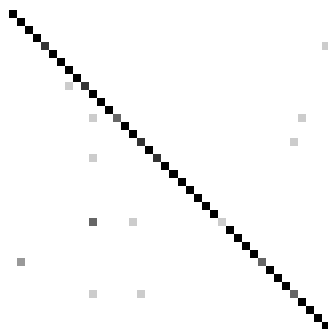


図4 分類表

この表は、顔の分類結果を濃淡で表したものであり、対角要素が黒く、非対角要素が白いほど正しい認識が行われていることを表す。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- ① 井上光平, 原健二, 浦浜喜一, テンソルの同時低ランク近似と主成分分析の関係, 情報処理学会論文誌 (CVIM), 査読有, 1巻, 2008, pp.1-9
- ② K. Inoue, K. Urahama, n-mode singular vector selection in higher-order singular value decomposition, IEICE Trans. Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 査読有, vol. E91-A, 2008, pp.3380-3384

[学会発表] (計8件)

- ① 井上光平, 原健二, 浦浜喜一, テンソルのクロネッカー積近似と最良ランク1近似の関係, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU), IS3-1, 2008, pp.866-871
- ② 井上光平, 原健二, 浦浜喜一, 複数のテンソルデータのロバスト同時低ランク近似, 電子情報通信学会技術研究報告 (PRMU), vol.108, no.363, 2008, pp.123-128
- ③ K. Inoue, K. Hara, K. Urahama, Robust simultaneous low rank approximation of tensors, Pacific-Rim Symposium on Image and Video Technology (PSIVT), LNCS5414, 2009, pp.574-584
- ④ 井上光平, 原健二, 浦浜喜一, 複数のテンソルデータの同時クロネッカー積近似, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU), IS1-5, 2009, pp.442-447
- ⑤ K. Inoue, K. Hara, K. Urahama, Robust multilinear principal component analysis, International Conference on Computer Vision (ICCV), 2009, pp.591-597
- ⑥ K. Inoue, K. Hara, K. Urahama, A derivation of the trace difference optimization algorithm for the trace ratio optimization problem, International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA), 2009, pp.572-575
- ⑦ 井上光平, 原健二, 浦浜喜一, テンソルの最良ランク  $(R_1, R_2, \dots, R_N)$  近似のクロネッカー積近似, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU), IS3-11, 2010, pp.1627-1632

- ⑧ K. Inoue, K. Hara, K. Urahama,  
Non-iterative symmetric 2DLDA,  
China-Japan-Korea Joint Workshop on  
Pattern Recognition (CJKPR), 2010,  
pp. 5-8

[図書] (計 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

井上 光平 (INOUE KOHEI)  
九州大学・大学院芸術工学研究院・助教  
研究者番号：70325570

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：