

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 30 日現在

機関番号：12701

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2012

課題番号：20730126

研究課題名（和文）2 部門最適経済成長モデルの最適経路の動学分析とその応用

研究課題名（英文）Optimal Program in the Two-Sector Economic Growth Model: Analysis and Application

研究代表者

藤生 源子 (FUJIO MINAKO)

横浜国立大学・国際社会科学部・准教授

研究者番号：80431394

研究成果の概要（和文）：

本研究では、2つの生産部門（消費財と投資財）が存在する経済において、最適な成長を達成するように毎期ごとの資源配分を行った時、経済が時間を通じてどのような動きをするかについて理論的に分析を行った。将来の効用を割引かないケースにおいては、必ず黄金律と呼ばれる長期均衡に収束する。一方、割引くケースにおいては、必ずしも収束するとは限らず、時間を通じた経済の動きはどれくらい将来の効用を割引くかを表す割引率の値に応じて変化することを明らかにした。

研究成果の概要（英文）：

This research project focuses on an economy with two production sectors producing consumption goods and investment goods respectively and analyzes theoretically how the economy behaves dynamically when resources are allocated every period of time so as to sustain an optimal growth. In the case of not discounting the future utility, the economy converges to the long run steady state so called the golden rule. However, in the case of discounting, it does not necessarily converge to the golden rule. Dynamic behavior of the economy depends on how much we discount the future welfare.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	430,000	129,000	559,000
2009年度	570,000	171,000	741,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：経済理論、経済動学理論

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：経済理論、経済成長、経済動学

## 1. 研究開始当初の背景

2 部門最適成長モデルは 60 年代に Uzawa-Srinivasan によって構築されたモデルである。経済全体が消費財部門と投資財部門から成り立ち、最適成長を達成するために、

経済に存在する使用可能な資源（労働と資本）を毎期ごとどのように 2 部門間で配分するかということが問題とされる。その解は資本の最適経路として導き出される。最適経路の動学的な特徴に関しては、連続時間のもと

では2部門間の相対的な資本集約度の値に関わらず、常に単調となることがUzawa(1964), Srinivasan(1964), Shell(1967), Bruno(1967)らの研究において明らかにされている。

一方で、80年代以降の離散時間での分析では、カオスに象徴される複雑な最適経路の存在が明らかにされ(Benhbib(1992), Majumdar, Mitra, Nishimura(2000))、特に最適経路の複雑性と将来の効用の割引率との関係性に分析の焦点が当てられてきた。しかし、離散時間の2部門最適成長モデルに関しては、簡単なモデルにおいても完全な最適経路の導出、その動学の分析は未だなされていなかった。

Khan-Mitra(2005, 2006, 2007,)では生産技術が線形化された2部門最適成長モデル(RSSモデル)において、割引率がゼロのときの完全な最適経路の導出を行い、さらにカオスの存在する割引率の条件を導きだしている。しかし、RSSモデルでは投資財は労働のみで生産可能であると仮定されており、消費財部門が常により資本集約的であるケースのみしか扱うことができないという欠点がある。

本研究の研究代表者は博士論文(Fujio(2005, 2006))において、両部門がレオンチェフ型の生産関数を持つ2部門モデル(以下、レオンチェフ型2部門モデル)における分析を行い、将来の効用を割り引かない(すなわち割引因子が1)ときの完全な最適経路の導出、最適経路の動学分析を行った。その結果、最適経路は長期均衡に①単調に収束、②サイクルを伴う収束、③有限期間内での(ジャンプを伴う)収束、そして④2周期解に収束、の大きく分けて4つに分類されることが明らかになった。特に④のケースでは最適経路が多数存在することを証明した。これは上で述べたUzawa-Srinivasanの結果とは大きく異なり、経済成長理論また経済動学の分野の新たな発見となった。

レオンチェフ型2部門モデルについては資本の減価償却が1というケースに関して、Yano-Nishimura(1995)が将来の効用を割り引くときの最適経路の動学分析を行っている。彼らの主要な結果は、割引因子を限りなく1に近づけてもカオスが起る可能性があるということである。

これに対し、前述のFujioでは境界となる割引率が存在し、その境界値よりも割引因子が1に近いケースでは、最適経路の動学は割り引かないケースと同質のものとなることを明らかにしている。つまり、将来の効用を割り引いたとしても、割り引かないケースに近いケースではカオスが起る可能性は無いのである。

しかし、これらの結果はまだ特定のパラメータの値のもとでしか成立していなかった。また、割引因子がその境界を越えるケースでの最適経路の導出は未解決の課題であった。また生産技術がより一般的な2部門最適成長モデルの分析は不足しており、境界となる割引因子の存在の有無は興味深い問題である。

## 2. 研究の目的

これらの先行研究の結果を踏まえ、本研究の具体的な目標は以下のように定められた。

(1) レオンチェフ型2部門モデルにおける将来の効用を強く割り引くときの最適経路の導出及び動学の分析。すでに先行研究により、割引因子の変化に伴い最適経路は変化していくことが分かっているが、その関係性は未だ明らかでない。よって割引因子が境界を越えたときの最適経路を導出し、境界となるような割引因子が他にも存在するかについて明らかにする。

(2) 生産関数が新古典派生産関数であるときの最適経路の導出及び動学の分析。より簡素化されたレオンチェフ型モデルにおける最適経路の複雑性を考えると、新古典派モデルの分析はさらに難解となるが、Matlabなどのコンピュータソフトを有効的に取り入れて分析を行う。具体的には、最適化問題を解かせるプログラムの構築、またある特定の最適経路に基づいた動学のシミュレーションを行う。

(3) 2部門世代重複モデルへの応用。本研究の目的の1つは2部門モデルの応用性を高めることであり、世代重複モデルへの応用を行う。2部門世代重複モデルに関しては、先行研究が少なくGalor(1992), Farmer-Wendner(2003), Cremers(2006)などが挙げられる。

## 3. 研究の方法

本研究は、Khan-Mitraにより構築された幾何学的手法を用いて、黄金律及び修正された黄金律、それらに伴う価格、フォンノイマンファセット、バリューロス等のモデルの基本的な性質を求め、45度線アプローチを用いて最適経路の導出を行っている。

また、将来の効用を割り引くケースにおける最適政策関数の導出においては動的計画法を用いている。割り引かないケースに関しては、前述のFujioにおいて最適政策関数が求められているので、ここで得られた関数を

元に最適政策関数の候補となるような関数を導出し、価値関数を用いて実際にこの関数が最適性を満たしているかについて分析している。

その他、目的(2)に書かれているように、より複雑なケースに関してはMatlabを用いたシミュレーションによる分析も研究方法として取り入れる。

#### 4. 研究成果

研究開始当初に計画していた以上に目的(1)の達成に時間がかかってしまい、目的(2)、(3)に関しては大きな研究成果は出せなかった。目的(1)に関する主な研究成果は以下の点である。

(1) 将来の効用を割り引かない経済において、経済に存在する全ての生産要素を使用したときの資本ストックの今期と来期間の限界変形率(フォンノイマンファセットの傾き)が1よりも大きいときに最適経路が有限期間内に黄金律へ「ジャンプ」する要因を明らかにした。ジャンプとは資本と労働を全て使い切るような生産プランからはずれて、資本ストックを黄金律へと調整することである。このジャンプに伴うバリューロスは労働もしくは資本の価値と、ジャンプの大きさ(どれくらい資本を調整すればよいか)により決定づけられることが分かった。ジャンプを将来へ遅らせるほど調整すべき資本の量は大きくなり、将来の効用を割り引かないケースでは、労働・資本の価値に応じて、第1期もしくは第2期にジャンプすることが最適となる。

(2) 将来の効用を割り引く経済において、資本ストックの限界変形率の逆数が、最適経路を決定づける上で割引因子の重要な境界値となることを示した。具体的には、その逆数よりも割引因子が大きいとき、最適経路は常に黄金律へ収束することを明らかにした。また、最適経路の複雑性は、これまで重要とされてきた生産部門の相対的な資本集約度に関わらず、この限界変形率の値にのみ依存していることを示した。

(3) 将来の効用を割り引く経済において、毎期ごとのバリューロスを最小化するような計画が政策として与えられたとき、常に2周期解が存在することを証明した。また、政策の形状がトラッピングスクエア内においてテントマップになるとき、2周期解は常にnon-attractingなサイクルとなることを示した。つまり初期値がそのサイクル上から少しでも外れると経路は2周期解には収束しない。

一方、政策の形状がトラッピングスクエア内においてチェックマップになるときは、2周期解は常にattractingなサイクルとなることを示した。つまりどんな初期値から出発しても経路は必ず2周期解に収束する。さらに、後者のケースにおいては、このような政策が実際に最適政策となる条件を証明した。つまり、限定的なモデルではあるが、将来効用を割り引く経済において最適経路が2周期解に収束することを示した。

サイクルに関する先行研究では、attractingサイクルが存在する条件に関する文献は稀少で、特に幾何的な条件を導出した点は新たな貢献といえる。

(4) Nishimura-Yano(1995)により、将来の効用を強く割り引かない(割引因子が1に近い)ケースにおいて、最適政策関数が山型となり、最適経路がカオスになることが示されている。一方で、Fujio(2005)では全く割り引かない(割引因子が1となる)ケースにおいて、最適政策関数がフラットな頂点を持った山型となり、最適経路は常に黄金律へ収束し安定的であることが示されている。これらの研究結果を踏まえて、割引因子が1から離れるときに、どのように最適政策関数が変化するかを明らかにした。

Khan-Mitra(2012)による動的計画法を応用し、割り引かないケースの最適政策をもとに価値関数を求め、その最適政策からずれたときの価値が必ず下回ることを示すことで割り引くケースにおける最適政策関数を求めた。割引因子には分岐点となる値が存在し、割引因子が1からその分岐値までの間では、Fujioで示されたフラットな部分を持つ最適政策となり、最適経路は常に黄金律へ収束することが分かった。一方、割引因子が分岐値を超えてゼロに近くなる時は、インサイドケースと呼ばれる場合のみ、最適政策関数がNishimura-Yanoで示された山型になることを示した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① 藤生源子, Optimal Transition Dynamics in the Leontief Two-Sector Growth Model with Durable Capital: The Case of Capital Intensive Consumption Goods, Japanese Economic Review, 60, 490-511, 2009, 査読付

[学会発表] (計4件)

- ① 藤生源子, Discounted Optimal Growth in the Two-Sector Leontief-Shinkai Model,

Western Economic Association International, 10<sup>th</sup> Biennial Pacific Rim Conference, 2013年3月16日, 慶應義塾大学(東京)

横浜国立大学・国際社会科学研究所・准教授

研究者番号: 80431394

- ② 藤生源子, Discounted Optimal Growth in the Two-Sector Leontief-Shinkai Model, Western Economic Association International, 87<sup>th</sup> Annual Conference, 2012年7月2日, ヒルトンユニオンスクエア (アメリカ・サンフランシスコ)
- ③ 藤生源子, The Geometry of the Leontief-Shinkai Model, Western Economic Association International, 85<sup>th</sup> Annual Conference, 2010年6月30日, ヒルトンポートランド・エグゼクティブタワー (アメリカ・ポートランド)
- ④ 藤生源子, Optimal Transition Dynamics in the Shinkai-Leontief Two-Sector Growth Model, Western Economic Association International, 84<sup>th</sup> Annual Conference, 2009年6月30日, シェラトンバンクーバーウォールセンター (カナダ・バンクーバー)

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

藤生 源子 (FUJIO MINAKO)