

自己評価報告書

平成23年 4月21日現在

機関番号：13301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740007

研究課題名（和文） 多変数保型形式の空間上のヘッケ作用素の明示的跡公式

研究課題名（英文） Explicit trace formulas for Hecke operators on spaces of modular forms of several variables

研究代表者

若槻 聡 (WAKATSUKI SATOSHI)

金沢大学・数物科学系・助教

研究者番号：10432121

研究分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数学，整数論，保型形式，跡公式

1. 研究計画の概要

本研究課題の目的は、正則な多変数保型形式の空間上のヘッケ作用素の跡に対して明示的公式を与えることである。我々の明示的公式とは、具体的な数値が計算可能な公式のことを意味する。主に多変数保型形式の中でも最も良く研究されている対象の一つである2次の正則ジーゲルカusp形式の空間上のヘッケ作用素の明示的跡公式について研究する。具体的な目標はとして、重要なヘッケ作用素の一つである **Atkin-Lehner involution** についての明示的跡公式を与えることおよび既知の公式を低いウェイトへ拡張することを目指す。また、得られた公式により具体的な数値実験をすることで、2次の正則ジーゲル保型形式の空間の構造を研究することも目的としている。

2. 研究の進捗状況

本研究の目標は2次の正則ジーゲルカusp形式の空間上のヘッケ作用素の跡について明示的公式を与えることとその応用であった。

まず明示的跡公式の研究について述べる。もし自明な作用のヘッケ作用素を考えたならば、その跡は空間の次元となる。すでに多くの計算可能な次元公式が既知であることに注意する。一般論であるアーサー跡公式から導かれるある公式と局所新形式の理論を用いることで、アーサー予想の仮定下で低いウェイトへ既知の公式を拡張できることが明らかとなった。仮定が必要なので定理とはならないが低いウェイトについての公式の目標が明確となり研究の進歩を得た。また、

Atkin-Lehner involution の跡に関する疑ユニポテント元の寄与を、**Labesse-Langlands** の **SL(2)**の跡公式におけるユニポテント元の寄与の安定化の技術を用いて研究した。この場合の明示的計算には清水L関数とよばれるヘッケL関数の一種の特殊値が現れる。清水L関数の特殊値はヒルベルト保型形式の次元公式にも現れるため、従来から良く研究されており、**Hammond-Hirzebruch** によって主要な場合についてその特殊値は計算されている。**Labesse-Langlands** のユニポテント項の安定化は彼らの計算手法の一般化と見ることができ、実際に明示的計算に利用することが可能であることが分かった。その結果、その疑ユニポテント元の寄与を明示的に計算することが出来た。

次に応用について述べる。次元公式を用いることで空間の次元についてのある関係式が非負の偶数になるという、2次のジーゲルカusp形式の空間の構造を明らかにした。この現象は局所新形式の理論を用いることによって、アーサー予想に関連していることが分かる。つまり、ある局所表現をもつ一般タイプのジーゲルカusp形式が必ずペアで現れることが予想される。この結果はアーサー予想が正しいことを示唆する数値実験とも言える。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

明示的跡公式を得るためには、解析的な側面を解決した後は、離散群の共役類のタイプごとに寄与の計算を解決していくことが問題となる。すでに解析的な側面は解決されて

いる。そして、Atkin-Lehner involution の跡における場合において、疑ユニポテント元の寄与の計算を解決しており、着実に計算を進めている。また、低いウェイトについても目指すべき公式の姿が着実に明らかになってきている。応用においても、すでに成果が出ている。

4. 今後の研究の推進方策

引き続き Atkin-Lehner involution の明示的跡公式に向けて寄与の一つ一つを計算していく。これまでの研究により、跡公式の安定化の理論が明示的公式を得るためにも非常に有益であることが分かったので、安定化の理論と従来の研究を組み合わせ、本研究を推進していく予定である。また応用に関しては、局所新形式の理論とアーサー予想を用いることで表現論的な視点からの明示的跡公式の応用を推進する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① Y. Ohno, T. Taniguchi, S. Wakatsuki, Relations among Dirichlet series whose coefficients are class numbers of binary cubic forms, Amer. J. Math. 131 (2009), 1525-1541, 査読有
- ② T. Ibukiyama, S. Wakatsuki, Siegel modular forms of small weight and the Witt operator, Quadratic forms---algebra, arithmetic, and geometry, 189-209, Contemp. Math. 493, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009, 査読有
- ③ S. Wakatsuki, On traces of Hecke operators on spaces of Siegel cusp forms of degree two, 数理解析研究所講究録 1617 (2008), 193-205, 査読無

[学会発表] (計5件)

- ① 若槻 聡, カusp形式の空間の次元についての法2の合同式, 保型形式と関連する跡公式, ゼータ関数の研究, 京都大学数理解析研究所(京都府), 2011年1月21日.
- ② 若槻 聡, On congruences for dimensions of spaces of cusp forms, 神戸整数論集会, 神戸大学(兵庫県), 2010年1月15日.
- ③ S. Wakatsuki, Multiplicity formulas for discrete series representations of $Sp(2, R)$, Hauptseminar Modulformen, Heidelberg, Germany, 2009年7月8日.

- ④ S. Wakatsuki, Explicit multiplicity formulas of large discrete series representations of $Sp(2, R)$, A symposium in honor of Professor Tomoyoshi Ibukiyama on the occasion of his 60th birthday, Explicit Structures in Modular Forms and Number Theory, Kinki University, Osaka, Japan, 2008年9月5日.
- ⑤ 若槻 聡, $Sp(2; R)$ の大きな離散系列表現に関する重複度公式について, 第3回福岡数論研究集会, 九州大学(福岡県), 2008年8月27日.