

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2008～2010

課題番号：20740011

研究課題名(和文) アフィンhecke代数の幾何学的表現論とその周辺

研究課題名(英文) Geometric representation theory of affine Hecke algebras and its neighbourhood

研究代表者

加藤 周 (KATO Syu)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：40456760

研究成果の概要(和文)：

古典型アフィンhecke環の既約表現の分類の新しい枠組みである eDL 対応[1,2]を用いて緩増加表現のモデルをhecke環のパラメタに関して連続的な族を成すように構成した[3]。さらにそれを用いる事により eDL 対応を用いた全ての同じランクの古典型アフィンhecke環に対して同時にその離散系列指標を計算してゆくアルゴリズムを確立した[5]。この事の応用として Opdam-Solleveld によって計算されていたアフィンhecke環の形式次数の定数部分を決定し、古典型アフィンhecke環に対して Plancherel 測度の計算が終わった。さらに Bushnell-Henneirt-Kuszeko の結果を法とするとそれは古典型 p -進代数群の Plancherel 公式の各項を決定した事になる(はずである)。

研究成果の概要(英文)：

We applied the framework of the eDL correspondence [1,2] to construct a geometric model of tempered representation of affine Hecke algebras of classical types, which is continuous with respect to the parameter deformation [3]. By putting this technique further, we established an algorithm to compute the discrete series characters of affine Hecke algebras of classical types, which interpolates various parameters and types [5]. As an application, we determined the constant in the formal degree formula of affine Hecke algebra, which was left from the study of Opdam and Solleveld. This finalizes the computation of the Plancherel measure of affine Hecke algebras of classical types. In addition, modulo the result of Bushnell-Henneirt-Kuszeko, our result (is supposed to) completes the computation of the Plancherel measure of p -adic groups of classical types.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：代数学

キーワード：冪零錐、局所 Langlands 対応

1. 研究開始当初の背景
1960年代に非可換群体論として定式化され

たいわゆる Langlands 対応は元々体のガロア群の代数群 G を経由する表現とその体の

アデルを係数とするような双対群 G^\wedge の表現の間の対応である。

p -進体をはじめとする局所体は定義より素点一つしかないためアデルももとの体とは等しい。したがって Langlands 対応は表現論的(もしくは局所的には)には p -進体のガロア群の代数群 G を経由する表現に付随して G^\wedge の p -進体上の表現が対応するという格好になっている。

ここでさらに淡中双対性を考慮すると各ガロア群の生成元の任意の G^\wedge の有限次元既約表現における作用の trace を集めてきたデータはある意味でガロア群の表現を近似していると考えられる。

このようにして抽出されたガロア群の表現を近似するデータがいわゆる admissible homomorphism であり(本当はこの段階で既に修正が必要だが、とりあえずその辺は無視する)、それと適当なクラスの G^\wedge の局所体上の表現が対応するというのがいわゆる Deligne-Langlands 対応(予想)である。

一方、代数群の側では p -進体上の代数群の通常表現の良いクラスが岩堀・松本により導入されたアフィン-hecke環の表現によって統制されている事が Borel, Casselmann, 松本らによって示されていた。このような状況において Lusztig は Zelevinsky による重要な貢献を基に対応する admissible

homomorphism の空間を Lie 代数の冪零軌道の元と半単純元の組のなす多様体として書き換え、さらに対応を全単射にするために A -群と呼ばれる有限群のデータを付け加えた上でアフィン-hecke環の既約表現を分類する問題として Deligne-Langlands 対応(の一部)を幾何学的に書き換え、Kazhdan と共に証明した(いわゆる DLL 対応)。

その構成はいわゆる Springer 対応の一般化として理解できるのだが、その後 Lusztig は彼の一般 Springer 対応に基礎をおいたより広いクラスの p -進代数群の表現の分類を岩堀・松本の構成を自然に一般化した複数パラメタのアフィン-hecke環の既約表現の幾何学的構成を用いて与えた。

その後、 p -進代数群の表現論の研究が進むと、admissible 表現と呼ばれる(Langlands 対応に出現するとされる) p -進代数群の表現のより広いクラスの表現の分類が実は複数パラメタのアフィン-hecke環の表現の分類に帰着されるという事が徐々に分かってきた。しかしながら、Lusztig の構成で出現するパラメタとここで出てくるパラメタは現在の所 Lusztig のもので尽きているものの本当にそれで十分かは分かっていない。

そのような状況の元で研究代表者は冪零軌道の構造を他の特定の斜交群の有限次元表現の Hilbert 冪零錘に取り替えると表現の可約性に対応して自然にパラメタが増え、しかも本質的に全ての古典型(の複数パラメタのアフィン-hecke環の既約表現の分類を(p -進代数群の表現論的に出てくるパラメタの範囲内で)DLL 対応のガロア群側のデータを人工的に書き換えたものとの全単射として与えた[1])。この構成は単に扱えるパラメタの範囲が広いというだけでなく、(A -群に対応する群を計算すると自明になる事の帰結として) A -群の出現に付随する微妙な出現/非出現の問題を完全に回避する事ができるという少なくとも初心者にとっては大変ありがたい長所を持つ。

しかしながら、この構成において各パラメタはたんなる抽象的な集合であるために[2]にあるように Weyl 群の表現部分が具体的に分かるという他には表現の性質と分類データの性質の間の関係については全く分かっていなかった。特に、得られた全単射の中で DLL 対応においては基本的な緩増加表現、離散系列表現といった表現がどのパラメタに対応するのかを決定する事も出来ていなかった。

一方、Opdam-Solleveld は研究代表者とは全く異なる手法で複数パラメタのアフィン-hecke環の調和解析の理論を構築し、その応用としてアフィン-hecke環の Plancherel 測度を定数部分を除いて決定していた。

2. 研究の目的

eDL 対応が良いものである事を示す事。特に eDL 対応を十分に調べる事によって少なくとも古典的な DLL 対応では分かるが eDL 対応では分からない事をなくす事。また同時に、それがどのように古典的な DLL 対応に比べて良いのかを調べ、さらに同様の構成が他の context でも意味を持つかを考察する事により eDL 対応とは何なのか、それは表現論や幾何学においてどのような意味を持つのかを探る事。

3. 研究の方法

eDL 対応と DLL 対応を比較する時に離散系列表現、緩増加表現など異なる枠組みからも重要なものを基礎に置く事、同変コホモロジーを用いて Langlands パラメタ空間の自然な位相を精密化し、特に表現をその性質をある意味で保つように変形する事によって状況を簡単な場合に落とし込む事、正標数への還元を用いて標数 0 では存在しなかった幾何学的

表現論の構成同士の間を変形で結ぶ事により対応する表現論的不変量を同定し、それを手繰る事によって表現の間の対応を構成するなど。

4. 研究成果

eDL 対応を支える黒子役である exotic Springer 対応(これも実は[1]で導入された)と通常の斜交群に対する Springer 表現の比較[2]。eDL 対応を元とした古典型アフィンヘッケ環の緩増加表現/離散系列表現のパラメタの決定[3]。eDL 対応にのみ存在し、DLL 対応には存在し得ない表現族である tempered delimit の導入、それを基にしたアフィンヘッケ環の離散系列表現の指標の計算アルゴリズムの確立、さらにそれを基とした形式次数の定数部分の決定[5]。そして tempered delimit が所謂 R-群の理論で統制される局所 Langlands 対応における L-パッケージの一部分の完全な対応物であるといった結果[5]。他には我々の構成の他の context における適用の可能性を考えたかったので affine Grassmanian に付随する(単純 Lie 環の有限次元表現の量子化から得られる結晶構造に関する)幾何学的表現論の研究[4, 6]も行ったが、当該研究の一部とするだけの考察をすることはできなかった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

1. 加藤周, Deformations of nilpotent cones and Springer correspondences, Amer. J. Math., 査読有 133 no.2 518--553 (2011)
2. Dan Ciubotaru, 加藤周, Tempered modules in exotic Deligne-Langlands correspondences, Adv. Math. , 査読有 226 no.2 1538--1590 (2011)
3. 加藤周, 内藤聡, 佐垣大輔, Polytopal estimate of Mirkovic-Vilonen polytopes lying in a Demazure crystal, Adv. Math. , 査読有 226 no.3 2587--2617 (2011)
4. 加藤周, An exotic Deligne-Langlands correspondence for symplectic groups, Duke Math. J. , 査読有 148 no.2 305--371 (2009)
5. Dan Ciubotaru, 加藤翠, 加藤周, On characters and formal degrees of discrete series of affine Hecke

algebras of classical types, Invent. Math. 誌に掲載決定済, 査読有 arXiv:1001.4312v2

6. 加藤周, 内藤聡, 佐垣大輔, Tensor products and Minkowski sums of Mirkovic-Vilonen polytopes, Transformation Groups 誌に掲載決定済, 査読有 arXiv:1010.0777

[学会発表] (計 12 件)

1. 「Exotic representation theory of affine Hecke algebras」, Algebra Seminar, 2010 年 11 月, Sydney 大学 (オーストラリア)
2. 「On the character formula of generalized Springer representations」, Algebra Seminar, 2010 年 11 月, Melbourne 大学 (オーストラリア)
3. 「古典型 affine Hecke 環の緩増加表現の指標の遷移公式」, 京都大学理学部数学教室談話会, 2010 年 5 月, 京都大学
4. 「On the characters of discrete series of affine Hecke algebras of classical type」, 大阪市立大学代数セミナー, 2010 年 2 月, 大阪市立大学
5. 「Anti-spherical discrete series of affine Hecke algebras of type C and its application」, RIMS 研究集会「群の表現と非可換調和解析の新展開」, 2009 年 6 月, 京都大学数理解析研究所
6. 「Lieb-McGuire 系の Heckman-Opdam Program」, 第 12 回代数群と量子群の研究集会, 2009 年 5 月, 休暇村南紀勝浦
7. 「An exotic Deligne-Langlands correspondence for symplectic groups」, Workshop on Geometry related to the Langlands Programme, 2009 年 5 月, Ottawa 大学 (カナダ)
8. 「古典型アフィンヘッケ環の既約表現の分類について」, 日本数学会 2009 年春季総合分科会, 関数解析学分科会特別講演, 2009 年 3 月, 東京大学
9. 「Anti-spherical discrete series of affine Hecke algebras and its application」, Russia-Japan School of Young Mathematicians, 2009 年 1 月, 京都大学
10. 「affine Hecke 環の表現論」, 2008 年度表現論シンポジウム, 2008 年度表現論シンポジウム, 2008 年 11 月, ウェルハートピア熱海
11. 「On tempered modules of affine Hecke algebras of type B/C」, Workshop on Algebras in Lie Theory, 2008 年 9 月,

玉原セミナーハウス

12. 「C型 affine Hecke 環の表現論-規約表現の構成, 異なる分類との比較、指標公式」, 第11回代数群と量子群の研究集会, 2008年5月, 岡山県青年館

〔図書〕 (計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.math.kyoto-u.ac.jp/~syuchan>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加藤 周 (KATO SYU)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号: 40456760

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし