

自己評価報告書

平成 23 年 5 月 10 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740015

研究課題名（和文）非正則ジーゲル保型形式の L 関数-局所理論の深化とその大域的応用

研究課題名（英文）L-function attached to non-holomorphic Siegel modular forms--local theory and its global applications

研究代表者

森山 知則 (Moriyama Tomonori)

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：80384171

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：保型形式, 保型的 L 関数, フーリエ展開

1. 研究計画の概要 多変数保型形式に付随する L 関数 (保型的 L 関数) の解析的性質 (解析接続, 関数等式, 極の位置) をその積分表示 (ゼータ積分) を用いて明らかにする. 具体的には, 次数 2 の非正則 Siegel 尖点形式から定まる, スピノール L 関数と標準 L 関数と呼ばれるそれぞれ 4 次または 5 次のオイラー積で定義される L 関数を主たる考察対象とする. このうち, スピノール L 関数に関しては, 研究代表者らの結果を必ずしも大域 Whittaker 模型を持たない一般の Siegel 尖点形式に拡張する事が目標となる. いずれの L 関数に関しても, フーリエ展開の局所理論 (Whittaker 模型, 新谷模型) が不可欠であり, その整備が一つの研究の柱となる.

2. 研究の進捗状況 フーリエ展開の局所理論に関しては, $GSp(2, \mathbb{R})$ 上の大きな離散系列表現に属する一般化 Whittaker 関数 (Bessel 関数とも称される) の一意性と明示的な公式に関する論文を取りまとめた. 1990 年代より一部で疑問視されていた不定符号の指標に付随する一般化 Whittaker 模型の一意性が, 少なくとも離散系列表現に関する場合には成立することが確定した. 証明の技術的な部分においては, 常微分方程式の解の漸近展開に関する補題が一つの鍵となる.

研究代表者は, 2003 年度にすでに上記の懐疑論に対してある考察から否定的な感触を得ていたが, この結果はその感触を裏打ちするものである. 論文はすでに査読付学術雑誌に投稿され, 採録が決定している.

さらに主系列表現に属する場合の一般化 Whittaker 模型について, $Sp(2, \mathbb{R})$ ではその成立が期待できないが, $GSp(2, \mathbb{R})$ では依然として一意性が成立することを示し問題のデリ

ケートな側面を浮き彫りにした (成蹊大学理工学部の石井卓氏との共同研究). この結果はすでに学会発表を行った. 準備中の論文は査読付学術雑誌に投稿する予定である.

そのほか, p 進体上の新谷模型の研究にも着手した.

3. 現在までの達成度

(2) おおむね順調に進展している

(理由)

局所理論は, 重複度自由定理の成立に関する上記の微妙な側面に気がつくなど, 当初の予想を上回る面白い進展を見せた. 一方, その大域的応用に関してはすでにプランは固まり, それを具体化していく段階にある.

4. 今後の研究の推進方策

上記の主系列表現に属する場合の一般化 Whittaker 模型に関する論文のとりまとめを進め, ほかの代数群においても似たような状況がないかもあわせて検討する.

大きな離散系列表現を生成する Siegel 尖点形式に対するスピノール L 関数・標準 L 関数の解析的性質を可能な限り一般的な形で証明する方向で研究を進める.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

(1) 森山知則

「Generalized Whittaker functions on $\mathrm{GSp}(2, \mathbb{R})$ associated with indefinite quadratic forms」, Journal of the Mathematical society of Japan に採録決定済み (査読あり), 巻号未定、発行年未定、頁数未定.

(2) 森山知則

「保型形式の空間と Hecke 作用素」
第 18 回整数論サマースクール 「アーサー・セルバーグ跡公式入門」報告集 (査読なし), 巻号なし, 2011 年, p.1-20.

(3) 石井卓 森山知則

「Uniqueness of generalized Whittaker models for $\mathrm{GSp}(2, \mathbb{R})$ and the outer automorphism group of $\mathrm{Sp}(2, \mathbb{R})$ 」
数理解析研究所講究録 1715 (査読なし).
, 2010 年, p121-126.

(4) 森山知則

「Langlands-Shahidi method 概説」
第 16 回整数論サマースクール 「保型 L 関数」報告集 (査読なし), 巻号なし, 2009 年, p.225-228.

[学会発表] (計 9 件)

(1) 森山知則

「実解析的 Siegel 保型形式の Fourier 展開と保型的 L 関数」, 大阪市立大学数学談話会, 2010 年 6 月 30 日, 大阪市立大学大学院理学研究科.

(2) 石井卓 森山知則

「Uniqueness of generalized Whittaker models for $\mathrm{GSp}(2, \mathbb{R})$ and the outer automorphism group of $\mathrm{Sp}(2, \mathbb{R})$ 」,
「保型形式・保型表現およびそれに伴う L 関数と周期の研究」(RIMS 研究集会),
2010 年 1 月 20 日, 東京大学大学院数理学研究科.

(3) 森山知則

「2 次実解析的 Siegel 保型形式とその L 関数」, 東北大学代数セミナー, 2009 年 6 月 25 日, 東北大学大学院理学研究科.

(4) 森山知則

「Langlands-Shahidi method 概説」, 第 16 回整数論サマースクール 「保型 L 関数」, 2008 年 8 月 20 日, 幕張メッセ.