

研究種目：若手研究 (B)
 研究期間：2008 年度～2009 年度
 課題番号：20740024
 研究課題名 (和文) 保型形式環の構造と微分作用素

研究課題名 (英文) On the ring structure of automorphic forms
 and differential operators

研究代表者 青木 宏樹
 (東京理科大学・理工学部・講師)

研究者番号：10333189

研究成果の概要 (和文)：

当研究課題の目標は、保型形式環の構造を微分作用素を用いて調べることであった。それに関する研究期間内の成果は、次の 2 点である。

- (1) ヒルベルト保型形式環の構造について、特に判別式が小さい 2 次体の場合を調べた。重みの差が小さい場合については生成元を完全に決定することができた。
- (2) 次数 2 のベクトル値ジーゲル保型形式について、特に群がある種の系列に入っている場合を調べた。レベルが小さいいくつかの場合については、生成元を完全に決定することができた。

研究成果の概要 (英文)：

Our aim on this project is to determine the structure of automorphic forms by using differential operators. In this two years, we have the following two results:

- (1) On the structure of Hilbert modular forms with respect to a real quadratic field with small discriminant, we have a structure theorem when the difference of the weight is small.
- (2) On the structure of vector valued Siegel modular forms of degree 2, we have a structure theorem when the discrete subgroup is in a congruent subgroup with a small level.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	600000	180000	780000
2009 年度	500000	150000	650000
年度			
年度			
年度			
総計	1100000	330000	1430000

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：数学・代数学
キーワード：保型形式・微分作用素・整数論

1. 研究開始当初の背景

保型形式環の構造に関する一般論として良く知られている結果には

- (A) 代数的に独立な生成元の個数
- (B) 次元公式

がある。これらは非常に一般的かつ有効なものであるが、一方で、具体的な領域と群に対して、保型形式環の構造を決定できるものではない。実際、(A)の方法では、代数的に従属な元の存在やその重みについて調べることは容易ではな。また、(B)の方法では、具体的に公式の各項を計算することが容易ではない場合が多い。本研究課題は、これらの方法とは別のアプローチで保型形式環の構造に関する諸問題に取り組む研究プロジェクトの一部である。実際、研究代表者は、IV型領域上の保型形式に関する研究において、今までにない方法で保型形式環の構造を決定している。その方法は各個撃破的であるため、数論的・幾何的に見通しの良い説明を得るべく、微分作用素に注目した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、保型形式環の構造に関する諸問題に対し、保型形式の具体的な表示を微分作用素を利用して調べ、より多くの知見を得ることである。特に、保型形式環の構造を具体的に決定する作業を通じて、保型形式環の構造が比較的簡単な(代数的に従属な生成元が比較的少ない)場合について、その簡単さを引き起こしている、数論的・幾何的な要因を明示的に示したいと考えている。

具体的な研究対象としては、2次体のヒルベルト保型形式や、種数2の一般のベクトル値ジーゲル保型形式が手ごろで扱いやすいと考えた。変数が少なく、多くはないものの、ある程度既知の結果が整備されているからである。

3. 研究の方法

研究方法は、微分作用素を用いて対角成分に制限する写像を調べることが中心となる。もう少し細かく述べると、研究は次の2つのステップに分割される。

- (A) この写像から保型形式の次元の

上限を求める

- (B) 具体的に保型形式を次元の上限まで構成する

当然ながら、(A)においては無駄があっては(B)のステップは成立しえない。この2つのステップは、それぞれ独立に計算・証明されることであるが、最後に出会う地点、すなわち正確な次元の見当をつけて研究を進めることになる。

4. 研究成果

初年度(2008年度)は、ヒルベルト保型形式環の構造について、特に判別式が小さい2次体の場合を調べた。重みの差が小さい場合については生成元を完全に決定することができた。従来から知られていた構造定理は重みが等しい場合に限られており、重みに差がある場合の結果は当研究が初めてである。この結果については、論文が、Commun. Math. Univ. St. Pauliにて公表されている。

翌年度(2009年度)は、次数2のベクトル値ジーゲル保型形式について、特に群がある種の系列に入っている場合を調べた。レベルが小さいいくつかの場合については、生成元を完全に決定することができた。従来から知られていた構造定理はレベルが1の場合(フルモジュラー)に限られており、レベル付きでの結果は当研究が初めてである。その結果はレベル1の場合と極めてよく似ており、何らかの幾何学的事情などが背後に潜んでいると考えられる。この結果については、既にいくつかの学会等で口頭発表を終えており、論文を準備しているところである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

1. Aoki, H., Vector valued Siegel modular forms with small levels, Automorphic Representations, Automorphic Forms, L-functions, and Related Topics (Kyoto, 2008), 数理解析研究所講究録 1617, 167-177. (査読)なし

2. Aoki, H., Estimate of the dimensions of mixed weight Hilbert modular forms, Commun. Math. Univ. St. Pauli. 57-1(2008), 1-11. (査読あり)

[学会発表](計 12件)

1. Aoki, H., On the image of Fourier-Jacobi expansion, 24th Automorphic Forms Workshop, University of Hawaii at Manoa, Honolulu, HI, USA., 2010年3月21日.
2. Aoki, H., On the convergence of Fourier-Jacobi expansion, Geometry of lattices and infinite dimensional Lie algebras, 東京大学(数物連携宇宙研究機構), 2010年3月27日.
3. Aoki, H., ヤコビの三重積公式について; Borcherds 無限積について (1)(2), 熊本大学プロジェクトゼミナール, 熊本大学, 2010年2月22-24日.
4. Aoki, H., On the Jacobi triple product, Seminar at IPMU, 東京大学(数物連携宇宙研究機構), 2010年2月11日.
5. Aoki, H., Jacobi の三重積公式について, 学習院大学土曜セミナー, 学習院大学, 2010年1月29日.
6. Aoki, H., About the convergence of formal series of Jacobi forms, Mathematisches Kolloquim, Uni. Siegen (Germany), 2009年12月7日.
7. Aoki, H., Formal series of Jacobi forms and Maass lifts of weak Jacobi forms, 奈良女子大学数論研究会, 奈良女子大学, 2009年11月10日.
8. Aoki, H., フーリエ・ヤコビ展開の収束性とポーチャーズ無限積, 東京理科大学理工学部数学科談話会, 東京理科大学, 2009年9月18日.
9. Aoki, H., Formal series of Jacobi forms, 第12回整数論オータムワ

ークショップ, 白馬, 2009年9月8日.

10. Aoki, H., ヤコビ形式に関する諸結果の紹介 - 保型形式の具体的な構成という観点から, 学習院大学土曜セミナー, 学習院大学, 2009年7月4日.
11. Aoki, H., 形式的なフーリエ・ヤコビ展開の収束性について, 早稲田整数論セミナー, 早稲田大学, 2009年6月5日.
12. Aoki, H., On Vector valued Siegel modular forms, Seminar Aachen-Koeln-Lille-Siegen on Automorphic Forms, Uni. Siegen (Germany), 2008年6月18日.

[その他]

ホームページ等

<http://www.tus.ac.jp/>

より研究者情報 DB(RIDAI)にて研究成果を参照可能

6. 研究組織

(1)研究代表者

青木 宏樹

(東京理科大学・理工学部・講師)

研究者番号: 10333189

(2)研究分担者

()

研究者番号:

(3)連携研究者

()

研究者番号:

