

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008 年度～2009 年度

課題番号：20740025

研究課題名（和文）反円分的拡大及びポジティブ分岐拡大の岩澤理論

研究課題名（英文）Iwasawa theory for anti-cyclotomic extensions and for positively ramified extensions

研究代表者 八森 祥隆

（東京理科大学・理工学部・講師）

研究者番号：50433743

研究成果の概要（和文）：反円分的 Z_p 拡大において合同関係にある2つの異なるガロア表現のセルマー群どうしのあいだおよび p 進 L 関数どうしのあいだに与える関係について研究し、このうちのセルマー群どうしの間の関係については既に満足すべき結果を得ている。 p 進 L 関数については、その関係を調べる上で鍵となる2変数の p 進 L 関数の新しい構成法について準備中であるが、満足すべき結果に到らなかった。ポジティブ分岐拡大の岩澤理論の研究も行い、虚二次体のアーベル拡大の場合に楕円単数の理論を用いた p 進 L 関数の構成と主予想の証明を得た。

研究成果の概要（英文）：I studied a relationship between both the Selmer groups and p -adic L -functions for two Galois representations which are congruent modulo p -power over anti-cyclotomic Z_p -extensions. I got a satisfactory result about the Selmer groups. For p -adic L -functions, I examined a new construction for those, which would be a key to proving the relationship. I also studied Iwasawa theory for positively-ramified extensions and got a kind of p -adic L -functions and proved the main conjecture for abelian extensions of imaginary quadratic fields.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
20年度	700,000	210,000	910,000
21年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
年度			
総計	1300,000	390,000	1690,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：数論、岩澤理論、岩澤主予想、セルマー群

1. 研究開始当初の背景

有理数体上の絶対ガロア群の表現の数論的性質、特に付随する代数的な不変量であるセルマー群と解析的な不変量である L 関数の間の関係についてはいまだに多くのことがわかっているとは言えない。これを組織的に研究できる唯一の方法は岩澤理論的方法であり、その中心は p 進 L 関数の存在と岩澤

主予想であるが、これはいつでも存在するものではない。そこで、存在する場合のセルマー群及び p 進 L 関数双方の性質と互いの関連を詳細に調べることで、存在する場合の可能性をできる限り広げて一般化することの2つが大きなテーマとなる。

2. 研究の目的

有理数体上の絶対ガロア群の表現の数論的性質を岩澤理論的な手法を用いて明らかにすることが本研究の目的であり、特に (a)反円分的 Z_p 拡大において、合同関係にある2つの異なるガロア表現のセルマー群どうしのあいだおよび p 進 L 関数どうしのあいだに与える関係、(b)ポジティブ分岐拡大の岩澤理論におけるセルマー群の詳細な構造、の2つについて調べることを課題とした。

3. 研究の方法

研究の目的に述べた a)については、セルマー群の関係については $\text{mod } p$ セルマー群の挙動を詳細に調べることが鍵となる。セルマー群を定義する完全列を Tate-duality を用いて分析し、 p 倍写像の核と余核を $\text{mod } p$ セルマー群などで記述する。この際反円分的拡大特有の完全分解する素点の扱いが大事で、デリケートな議論が必要になる。 p 進 L 関数については、鍵となるのは2つの p 進 L 関数を結びつける二変数の p 進 L 関数の存在である。その構成として、四元数体上の保型形式から定まる $(\mathbb{Q}_p)^2$ の lattice 上の測度を検討する。b)については、2変数の p 進 L 関数の1変数の方向への特殊化の様子と楕円単数との関係を調べる。

4. 研究成果

研究の目的に述べた a)については、セルマー群どうしの間関係については既に満足すべき結果を得ており、これを発表するための論文を現在作成中である。 p 進 L 関数たちの間関係については、その関係を調べる上で鍵となる2変数の p 進 L 関数の新しい構成法についての結果を発表に向けて準備中である。但し、期待された関係については得ることができていないため、今後も引き続き研究を進める。

(b)については、虚二次体のアーベル拡大の場合に、楕円単数の理論を用いた p 進 L 関数の構成と主予想の証明が得られており、更にそれが満たすと予想される関数等式に関してもある程度進展をみたため、これまでの成果をまとめた論文の作成を行っている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

1. Yoshitaka Hachimori, "Euler characteristics of Fine Selmer groups", Journal of the Ramanujan Mathematical Society に掲載予定、査読有り。

2. Yoshitaka Hachimori and Tadashi Ochiai, "Notes on non-commutative

Iwasawa Theory", Asian Journal of Mathematics に掲載予定、査読有り。

[学会発表] (計3件)

1. Yoshitaka Hachimori, "Congruence of Galois representations and anticyclotomic Z_p -extensions", School of Mathematics Seminar, Tata Institute (インド共和国), 2010年3月15日。

2. Yoshitaka Hachimori, "Euler characteristics of Fine Selmer groups", 2010 Korea-Japan Number Theory, ソウル大学 (韓国), 2010年1月23日。

3. Yoshitaka Hachimori, "Euler characteristics of Fine Selmer groups", NAG Seminar, ケンブリッジ大学 Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, 2009年11月26日。

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

ホームページ等：特になし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

八森 祥隆
(東京理科大学・理工学部・講師)
研究者番号：50433743

(2) 研究分担者 ()

研究者番号：

(3) 連携研究者 ()

研究者番号：