

## 自己評価報告書

平成 23 年 4 月 1 日現在

機関番号：13301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2011

課題番号：20740046

研究課題名（和文） 4次元リーマン多様体内の曲面のツイスターリフトを用いた研究

研究課題名（英文） Research of surfaces in four-dimensional Riemannian manifolds using their twistor lifts

研究代表者

長谷川 和志 (HASEGAWA KAZUYUKI)

金沢大学・学校教育系・准教授

研究者番号：50349825

研究分野：微分幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：ツイスター空間、ツイスターリフト、調和切断

## 1. 研究計画の概要

4次元リーマン多様体内の曲面のツイスターリフトを用いて、以下について研究を行う。(1)ツイスター正則な曲面の構成、(2)ツイスター正則な曲面全体を外空間の共形変換でうつりあうもの同士を同一視した空間の決定、(3)ツイスター正則な曲面のツイスターリフトの調和切断としての安定性、(4)ツイスターリフトが弱安定な調和切断となる曲面の決定、(5)平行な平均曲率ベクトル場を持つ曲面のツイスター空間を用いた構成。

## 2. 研究の進捗状況

まず、外空間が自己双対アインシュタイン多様体で曲面の種数が0の場合に、ツイスターリフトが調和切断ならば、法束のオイラー数に応じて、曲面はツイスター正則かまたは極小であることが分かった。(1)の研究結果と上記の結果も用いて、(2)のツイスター正則な曲面全体を外空間の共形変換でうつりあうもの同士を同一視した空間に関して、部分的な分類を得ることができた。

(3)、(4)に関しては、外の空間が非負のスカラー曲率をもつ自己双対アインシュタイン多様体の場合、ツイスター正則な曲面のツイスターリフトが弱安定な調和切断であることが分かった。これは、平行ではない切断で弱安定な調和切断となるものの例を与えるが、これまで知られている例でそのようなものはあまり多くはないと思われる。逆に、外空間が4次元ユークリッド空間の場合は、そのような曲面はツイスター正則な曲面に限

ることが分かった。

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

本研究では、前述の通り5つのテーマについて研究を行っている。これまで、そのうち(1)から(4)までのテーマについて、外空間が自己双対アインシュタイン多様体の場合に部分的な結果を得ており、特にユークリッド空間の場合には、当初の予想通りの結果を得ている。

## 4. 今後の研究の推進方策

今後は、残るテーマ(5)について研究を進めるとともに、(1)から(4)のテーマについての完全な解決を目指したい。特に、外空間が自己双対アインシュタイン多様体の場合に、そのスカラー曲率の符号の違いの影響を調べることも行う。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

① K. Hasegawa, Surfaces in four-dimensional hyperkaehler manifolds whose twistor lifts are harmonic sections, Proc. Amer. Math. Soc. 139 (2011), 309-317. 査読有。

② K. Hasegawa, On surfaces of low genus whose twistor lifts are harmonic sections, Journal of Geometry and

Symmetry in Physics, 17 (2010), 35-43. 査読有.

③ K. Hasegawa, Stability of twistor lifts for surfaces in four-dimensional manifolds as harmonic sections, J. Geom. Phys., 59 (2009), 1326-1338. 査読有.

〔学会発表〕 (計 5 件)

① K. Hasegawa, Surfaces of genus zero in self-dual Einstein manifolds and their twistor lifts, International Conference "Differential Geometry and its Applications", マサリスク大学 (チェコ・ブルノ), 2010 年 8 月 28 日.

② 長谷川和志, Surfaces in four-dimensional Euclidean space whose twistor lifts are harmonic sections, 日本数学会秋季総合分科会幾何学分会, 大阪大学 (大阪府), 2009 年 9 月 26 日

③ 長谷川和志, Surfaces in hyperkaehler manifolds whose twistor lifts are harmonic sections, 研究集会「部分多様体幾何とリー群作用」, 東京理科大学森戸記念館 (東京都), 2009 年 9 月 8 日

④ K. Hasegawa, On low genus surfaces whose twistor lifts are harmonic sections, The 11th International Conference "Geometry, Integrability and Quantization", パノラマホテル (ブルガリア・バルナ), 2009 年 6 月 5 日.