

機関番号：17102

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2010

課題番号：20740056

研究課題名（和文） 離散的対象のランダム生成アルゴリズムの研究

研究課題名（英文） Research on Algorithms for Random Generation of Discrete Objects

研究代表者

来嶋 秀治 (KIJIMA SHUJI)

九州大学・システム情報科学研究院・准教授

研究者番号：70452307

研究成果の概要（和文）：

離散的対象のランダム生成アルゴリズムの設計について、特に理論的側面から、多項式時間アルゴリズムの存在性/不可能性の問題に取り組んだ。具体的な対象として、コーダグラフサンドイッチ、待ち行列ネットワーク、半順序集合のイデアル、Tutte多項式などを扱った。各々の対象について、階層半順序や対数優/劣モジュラなどの離散構造に着目し、ランダム生成、数え上げ、列挙に関する多項式時間アルゴリズムを設計した。一方、対象をより一般化した場合について、ランダム生成と数え上げ、列挙の関係に着目することで、多項式時間アルゴリズムの不可能性を示した。

研究成果の概要（英文）：

This research is concerned with algorithms for random sampling of combinatorial objects. From a computational complexity theoretical viewpoint, this research tries to figure out whether polynomial time algorithms exist for several objects. For chorda graph sandwiches, queuing networks, ideals of partially ordered sets, Tutte polynomials etc, we obtained some computational complexity results on polynomial time algorithms and impossibility.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：応用数学

1. 研究開始当初の背景

確率的計算法は、NP困難問題をはじめとする計算量的に“難しい”問題に対して解決の糸口を与え、効率的な解法を導く大きな可能性を秘めている。確率的計算法では目的に応じて、様々な対象に対する様々な分布に従うランダム生成が要求される。効率的なラン

ダム生成アルゴリズムの構築は、確率的計算法の設計の根底をなす最も重要な課題の一つである。

様々な対象に対するランダム生成アルゴリズムと計算量に関して、当時、2部グラフの完全マッチングの多項式時間ランダム生成アルゴリズムの設計、凸多面体中の点のラ

ランダム生成アルゴリズムの高速化, Tutte 多項式の乱択近似不可能性など, 重要な問題に対する決着が見られた. 一方で, グラフ中の森, マトロイドの基, 分配束構造, 平面グラフの三角化など, 離散構造に対するランダム生成については, 多くの問題が未解決であり, 盛んに研究されていた.

2. 研究の目的

本研究は, 様々な離散的対象のランダム生成について, 実用的なアルゴリズムを開発し, アルゴリズムの理論的な解析を行い性能を保証することを目的とする. 具体的には, 種々のグラフ, マトロイド構造, 分配束構造に対して, ランダム生成アルゴリズムを設計し, 理論的な解析を行い, 実用を目的とした実装を行う. 特に本研究で扱う「グラフのランダム生成」は, 所望の分布を実現する効率的なアルゴリズムの構築を目的とするものであり, 従来の「ランダムなグラフ」の研究とは本質的に全く異なる.

3. 研究の方法

研究代表者のこれまでに行ってきたマルコフ連鎖の収束時間の解析に関する研究で得られた知見を基に, マルコフ連鎖の設計, 解析を行った. 一方で, 逆探索法や分割法を用いた高速列挙アルゴリズムの技法, グラフアルゴリズムの分野で整備されつつあるグラフクラスの体系, 組合せ最適化の分野で発展しているマトロイド, 劣モジュラシステムの理論に着目し, 離散構造のもつ特性に着目したランダム生成法の開発に取り組んだ.

本研究課題は, 研究代表者単独の研究ではあるが, 上記分野の研究動向を調査し, あるいは専門家と直接議論, 共同研究を行うことで本研究課題を遂行した. 特に本研究で得られたグラフサンドイッチの列挙, 数え上げ, ランダム生成の研究や, 支配集合の数え上げに関する研究は, グラフクラスに着目したグラフアルゴリズムの研究分野に対しても, 数え上げアルゴリズムの計算量の重要性を示唆し, 同分野の発展にも貢献するものと考えられる.

また, 対数優/劣モジュラ分布に従うランダム生成法および半順序集合のイデアルの一般ランダム生成の研究は, 本課題の主目的である多項式時間計算可能性の理論に対して新たな視点を与え, 未解決問題の一部を解決すると同時に, 今後の進展の基礎となるものと考えられる.

4. 研究成果

離散的対象のランダム生成アルゴリズムの設計について, 特に理論的側面から, 多項式時間アルゴリズムの存在性/不可能性の問題に取り組んだ. 具体的には下記の対象を扱

った.

以下の成果について, 1-3 の課題については概ねの解決をみた. 4-7 については, ある程度の成果を得, 国際会議, 国内研究会等での報告も行ったが, その場で得られた討議を基に今後の継続研究が不可欠である.

(1) コーダルグラフサンドイッチは, すべての 2 頂点間の制約として, 使用しなければならない枝, 使用して良い枝, 使用してはならない枝, の 3 種類のいずれかが与えられ, 制約を満たすコーダルグラフを対象とする. 与えられる制約に制限がない場合, 制約を満たすコーダルグラフの存在判定は NP 完全であることが知られている. 本研究では, 下限グラフ (使用しなければならない枝からなるグラフ) もしくは, 上限グラフ (使用しなければならない枝+使用して良い枝からなるグラフ) がコーダルの場合に対象集合が, 枝の包含関係の意味で階層半順序構造を持つことに着目し, 以下の事実を明らかにした.

① 効率的な列挙アルゴリズムを構築した.

② マルコフ連鎖を利用したランダム生成アルゴリズムを設計した. このマルコフ連鎖に対して, 最悪の場合, 収束時間が指数的になる問題例があることを突き止めた.

③ コーダルグラフサンドイッチの近似一様ランダム生成が, 下限グラフを連結コーダルグラフに制限した場合でさえ, グラフ中の森の乱択近似数え上げと同等以上に困難であることを明らかにした.

(2) 閉ジャクソンネットワークの積形式解に対して, 多項式時間で収束する単調マルコフ連鎖を設計することで, 多項式時間の完璧ランダム生成法を実現した.

(3) グレースケール画像の画像修復を応用に持つ Q-Ising モデルに対して, 完璧サンプリング法を設計した. 詳細には, 新しいマルコフ連鎖を設計し, 単調性を示し, 単調 CFTP アルゴリズムの適用を図った. また, マルコフ連鎖が多項式時間収束するための十分条件を与え, 条件の下でのアルゴリズムの多項式時間性を示した.

(4) 対数劣モジュラ分布からのサンプリングについて, 近似サンプリングの困難性について明らかにした. この問題は, 重要な未解決問題であるグラフ中の森の一般ランダム生成の一般化にあたる. また, 対数劣モジュラ分布の応用例として, Tutte 多項式の乱択近似計算法の多項式性について議論し, 多項式時間乱択近似計算可能な領域の一部を明らかにした.

束上の Hasse walk が単調な更新関数を持つための必要十分条件が, 定常分布が対数優モ

ジュラであることを示した。また、対数優/劣モジュラ分布を基軸に、様々な組合せ的対象のランダム生成の計算量の関係性を解明した。特に Tutte 多項式の一部の領域に対する、多項式時間乱択計算法を開発した。

(5) グラフ同型性を考慮したランダム生成、列挙、数え上げの計算量の解明に取り組んだ。その過程で、Catalan 数と深い関係をもつ、真区間グラフのサンドイッチについて、部分グラフ同型性判定の困難性を明らかにした。

(6) グラフ中の支配集合数え上げ問題の多項式時間計算可能性について議論を行った。数え上げ問題は一樣ランダム生成と密接な関係を持つ。コーダルグラフ、AT フリーグラフなどのクラスに対して、問題の #P 困難性を示すと共に、インターバルグラフ、順列グラフなどのクラスに対して、多項式時間求解性を示した。この議論により、問題の難しさの境界が明らかとなった。

(7) 3 行以上の 2 元分割表について、自身が以前に開発した 2 行分割表の完璧サンプリング法をサブルーチンとして利用する棄却サンプリング法を設計し、棄却率を最小にする方法を考案した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

(1) Masaki Yamamoto, Shuji Kijima, and Yasuko Matsui, A polynomial-time perfect sampler for the Q-Ising with a vertex-independent noise, Journal of Combinatorial Optimization, to appear. (査読あり)

(2) Shuji Kijima, Masashi Kiyomi, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, On listing, sampling, and counting the chordal graphs with edge constraints, Theoretical Computer Science, 411-(26-28) (2010), 2591--2601. (査読あり)

(3) Nao Fujinaga, Hirotaka Ono, Shuji Kijima and Masafumi Yamashita, Pattern formation through optimum matching by CORDA oblivious robots, Lecture Notes in Computer Science, 6490 (2010), 1--15. (査読あり)

(4) Ryu Mizoguchi, Hirotaka Ono, Shuji Kijima and Masafumi Yamashita,

Upper and lower bounds of space complexity of self-stabilizing leader election in mediated population protocol, Lecture Notes in Computer Science, 6490 (2010), 491--503. (査読あり)

(5) Shuji Kijima and Tomomi Matsui, Approximation algorithm and perfect sampler for closed Jackson networks with single servers, SIAM Journal on Computing, 38-4 (2008), 1484--1503. (査読あり)

[学会発表] (計 11 件)

(1) Shota Yasutake, Kohei Hatano, Shuji Kijima, Eiji Takimoto, Masayuki Takeda, Online prediction over permutahedron, 第 134 回アルゴリズム研究会, 琉球大学, 2011 年 3 月 7 日.

(2) 大館陽太, 斎藤寿樹, 山中克久, 来嶋秀治, 岡本吉央, 小野廣隆, 宇野裕之, 山崎浩一, Approximating the path-distance-width for k-cocomparability graphs, 2010 年度冬の LA シンポジウム, 京都大学数理解析研究所, 2011 年 2 月 2 日.

(3) Yoshiaki Nonaka, Hirotaka Ono, Shuji Kijima, Masafumi Yamashita, How slow, or fast, are standard random walks? -- analyses of hitting and cover times on tree, The 17th Computing: the Australasian Theory Symposium (CATS 2011), Perth, Australia, Jan. 19, 2011.

(4) 斎藤寿樹, 大館陽太, 来嶋秀治, 宇野毅明, グラフクラスと部分グラフ同型性, 第 132 回アルゴリズム研究会, 関西大学 先端科学技術推進機構, 2010 年 11 月 19 日.

(5) Ryo Nakatsubo, Shuji Kijima, and Tomomi Matsui, Computational experiments of perfect sampling algorithms for two-way contingency tables, International Conference OPERATIONS RESEARCH (MUNICH 2010), Universitat der Bundeswehr Munchen, Germany, September 2, 2010.

(6) Shuji Kijima, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, Counting the number of dominating sets in graph classes, The 13th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC 2010), Kanazawa Culture Hall, Kanazawa, Ishikawa, Japan, July 23, 2010.

(7) 来嶋秀治, 岡本吉央, 宇野毅明, 支配集合数え上げ問題とグラフクラス, 日本応用数理解学会 2010 年 研究部会 連合発表会, 離散システム研究部会, 筑波大学, 2010 年 3 月 8 日.

(8) 来嶋秀治, 対数優/劣モジュラ分布からのサンプリング, 2009 年度 冬の LA シンポジウム, 京都大学数理解析研究所, 2010 年 2 月 3 日.

(9) Shuji Kijima, Enumeration of graph sandwiches, [**invited talk**], Acceleration and Visualization of Computation for Enumeration Problems, Kyoto RIMS, Japan, September 29, 2008.

(10) 来嶋秀治, 列挙, 数え上げ, ランダム生成, [**招待講演**], FIT2008 第 7 回情報科学技術フォーラム, イベント企画: データサイエンスで活躍する列挙アルゴリズムー設計技法とその応用ー, 慶應義塾大学湘南藤沢キャンパス, 2008 年 9 月 2 日.

(11) 来嶋秀治, 列挙, 数え上げ, サンプリングのはなし, [**招待講演**], 第 4 回組合せ論若手研究集会, 慶應義塾大学, 2008 年 2 月 6 日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

来嶋 秀治 (KIJIMA SHUJI)

九州大学・大学院システム情報科学研究院

・准教授

研究者番号 : 70452307

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし