

機関番号：12501  
 研究種目：若手研究 (B)  
 研究期間：2008～2010  
 課題番号：20740072  
 研究課題名 (和文) 無限次元タイヒミュラー空間と複素解析的モジュライ空間の構造の解明  
 研究課題名 (英文) Analysis of structures of infinite dimensional Teichmuller spaces and complex analytic moduli spaces

研究代表者  
 藤川 英華 (FUJIKAWA EGE)  
 千葉大学・大学院理学研究科・准教授  
 研究者番号：80433788

## 研究成果の概要 (和文)：

無限型リーマン面に対する無限次元タイヒミュラー空間の研究のために、その商空間である漸近的タイヒミュラー空間を考察する。リーマン面の擬等角写像類は漸近的タイヒミュラー空間上に漸近的タイヒミュラーモジュラー変換として双正則に作用するが、タイヒミュラー空間の場合とは異なり自明に作用することもある。本研究では漸近的自明写像類群の特徴づけを与えた。さらに、漸近的タイヒミュラーモジュラー群の固定点問題を証明し、漸近的ニールセン実現問題の解答を与えた。

## 研究成果の概要 (英文)：

For research of the infinite dimensional Teichmuller space of an analytically infinite Riemann surface, we consider the asymptotic Teichmuller space which is a quotient space of the Teichmuller space. A quasiconformal mapping class of a Riemann surface acts on the asymptotic Teichmuller space biholomorphically as an asymptotic Teichmuller modular transformation, but it can act trivially, which is different from the case of the Teichmuller space. In this research, we gave a characterization of the asymptotically trivial mapping class group. Furthermore, we proved the fixed point theorem for the asymptotic Teichmuller modular group and gave an answer to the asymptotic version of the Nielsen realization problem.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	1,200,000 円	360,000 円	1,560,000 円
2009 年度	1,100,000 円	330,000 円	1,430,000 円
2010 年度	1,000,000 円	300,000 円	1,300,000 円
年度			
年度			
総計	3,300,000 円	990,000 円	4,290,000 円

## 研究分野：複素解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：リーマン面，タイヒミュラー空間，モジュライ空間

## 1. 研究開始当初の背景

リーマン面のモジュライ空間の研究は解析学のみならず、代数学、幾何学などにおいても重要な研究対象である。しかし、無限型のリーマン面に対するモジュライ空間の構

造はほとんど明らかにされていない。複素解析学的には、タイヒミュラー空間とその上に作用するタイヒミュラーモジュラー群の作用の研究に基づいて考察することができるが、無限次元タイヒミュラー空間においては、

その作用は非常に複雑である。これまでの研究では、タイヒミュラーモジュラー群に対する極限集合および不連続領域の概念を導入し、タイヒミュラーモジュラー群の作用に関する力学系理論を定式化した。

コンパクトリーマン面に対しては、タイヒミュラー空間の自己同型群はタイヒミュラーモジュラー群に一致することが知られていた。これが無限次元タイヒミュラー空間においても成り立つかという問題はタイヒミュラー空間論における中心的問題であったが、最近、タイヒミュラー空間の接空間の同型がリーマン面間の双正則同型によって誘導されるという定理が Markovic によって証明されて解決をみている。

## 2. 研究の目的

タイヒミュラー空間は曲面に入る複素構造の変形空間であり、数学のあらゆる分野で研究されている重要な対象である。曲面の擬等角写像類群はモジュラー変換としてその上に作用し、商空間としてモジュライ空間を与える。コンパクトリーマン面に対する有限次元タイヒミュラー空間上では、タイヒミュラーモジュラー群の作用が不連続であることから、モジュライ空間は正規複素解析空間となる。本研究では、一般のリーマン面に対するモジュライ空間の構造を複素解析学的に解明する。

## 3. 研究の方法

本研究課題は独自のものであるが、研究および問題解決のためには、これまでに展開されているタイヒミュラー空間論の結果を習得し、新しい技術と理論を導入し、本研究の議論に組み入れる必要がある。そのため、研究の過程で、国内外の関連する研究者との討論を行い、セミナー、勉強会、国内研究集会を通して構想をまとめた。また、研究の成果は主に国際研究集会で公表し、そのさらなる発展をめざした。特に Frederick Gardiner 氏 (City University of New York) との研究連絡は有益であった。

## 4. 研究成果

### (1) 漸近的自明写像類群の決定

無限型リーマン面に対する無限次元タイヒミュラー空間上に作用するタイヒミュラーモジュラー群を考察するために、漸近的タイヒミュラー空間上の作用を見る。これは、漸近的等角写像を用いて定義されたタイヒミュラー空間の商空間であり、無限型リーマン面に対しては常に無限次元になる。リーマン面の擬等角写像類は漸近的タイヒミュラー空間上にも双正則等距離変換として作用しているが、タイヒミュラー空間の場合とは

異なり自明に作用することもあり得る。本研究ではリーマン面の双曲幾何的な有界条件のもと、漸近的タイヒミュラー空間上に自明に作用する写像類を完全に決定した。特に、これまでに与えていた証明の本質を見極め、精密化するとともに直接的な別証明を与えた。

### (2) 漸近的タイヒミュラーモジュラー群の固定点問題と漸近的ニールセン実現問題

タイヒミュラー空間上に作用するタイヒミュラーモジュラー群に対しては、その部分群で軌道が有界であるものはタイヒミュラー空間上に共通固定点をもつことが知られている。これによりタイヒミュラーモジュラー群のニールセン実現問題が解決される。本研究では漸近的タイヒミュラー空間に作用する漸近的タイヒミュラーモジュラー群に対してニールセン実現問題を提唱した。そして(1)と同じ双曲幾何的な有界条件のもと、漸近的タイヒミュラーモジュラー群の有限部分群は漸近的タイヒミュラー空間に共通固定点をもつことを証明し、漸近的タイヒミュラーモジュラー群に対するニールセン実現問題の解答を与えた。さらに擬等角写像類群の作用をリーマン面の境界にまで拡張し、ロイデン境界の自己同相群に対するニールセン実現問題を提唱した。そしてロイデン境界上で定義された同相写像で境界の近傍にまで擬等角拡張するものと、それから導かれる漸近的タイヒミュラー空間上の双正則自己写像を考えることにより解答を与えた。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① Ege Fujikawa and Katsuhiko Matsuzaki, Stable quasiconformal mapping class groups and asymptotic Teichmüller spaces, American Journal of Mathematics 133(2011), 637--675. 査読有
- ② Ege Fujikawa, Katsuhiko Matsuzaki and Masahiko Taniguchi, Structure theorem for holomorphic self-covers and its applications, Infinite dimensional Teichmüller space and moduli space, RIMS Kôkyûroku Bessatsu B17 (2010), 21--36. 査読有
- ③ Ege Fujikawa, Elliptic modular transformations on Teichmüller and

asymptotic Teichmuller spaces,  
Infinite dimensional Teichmuller  
space and moduli space, RIMS  
Kôkyûroku Bessatsu B17 (2010), 1--20.  
査読有

- ④ Ege Fujikawa, Limit set of quasiconformal mapping class group on asymptotic Teichmuller space, Teichmuller theory and moduli problem, Lecture note series in the Ramanujan Mathematical Society, No.10, 2010, 167--178. 査読有
- ⑤ Ege Fujikawa and Katsuhiko Matsuzaki, The projection of limit sets of modular groups on asymptotic Teichmuller spaces, Proceedings of the 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, pp.86-92, Dongguk University, Daeyang Printing, 2009. 査読有
- ⑥ Ege Fujikawa, Pure mapping class group acting on Teichmuller space, Conformal Geometry and Dynamics 12 (2008), 227--239. 査読有
- ⑦ Ege Fujikawa, Katsuhiko Matsuzaki and Masahiko Taniguchi, Dynamics on Teichmuller spaces and self-covering of Riemann surfaces, Mathematische Zeitschrift 260 (2008), 865--888. 査読有
- ⑧ Ege Fujikawa and Katsuhiko Matsuzaki, Elliptic quasiconformal mapping classes acting on asymptotic Teichmuller spaces, Proceedings of the 15th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, Osaka Municipal Universities Press (2008), pp.169--173. 査読有

[学会発表] (計 16 件)

- ① Ege Fujikawa, ``Asymptotic Nielsen realization problem and stable quasiconformal mapping class group'', Teichmuller theory (Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach), 2010年12月1日
- ② Ege Fujikawa, ``The fixed point theorem and the Nielsen realization problem for asymptotic Teichmuller

modular groups'', Complex Analysis and Dynamics Seminar (City University of New York), 2010年10月29日

- ③ Ege Fujikawa, ``The fixed point theorem for asymptotic Teichmuller modular groups'', the 18th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (University of Macau), 2010年8月
- ④ Ege Fujikawa, ``Nielsen realization problem for asymptotic Teichmuller modular groups'', Workshop on Geometry, Topology and Dynamics of Character Varieties (National University of Singapore), 2010年7月
- ⑤ 藤川英華, 松崎克彦, 「The Nielsen realization problem for asymptotic Teichmuller modular groups」, 日本数学会 2010年年会 函数論分科会(慶応義塾大学), 2010年3月
- ⑥ 藤川英華, 「漸近的タイヒミュラーモジュラー群に対するニールセン実現問題」, リーマン面・不連続群論研究集会(名古屋大学), 2010年1月11日
- ⑦ 藤川英華, 「リーマン面の正則被覆とタイヒミュラー空間の正則埋め込み」, デーンセミナー(東北大学), 2009年12月11日
- ⑧ 藤川英華, 「Infinite dimensional Teichmuller spaces and enlarged moduli spaces」, 微分幾何・トポロジーセミナー(慶応義塾大学), 2009年11月2日
- ⑨ Ege Fujikawa, ``Dynamics of holomorphic self-embeddings of Teichmuller spaces'', XXIst Rolf Nevanlinna Colloquium (Kyoto University), 2009年9月
- ⑩ Ege Fujikawa, ``The Intermediate Teichmuller Spaces'', Complex Analysis and Dynamics Seminar (City University of New York), 2008年12月
- ⑪ Ege Fujikawa, ``Elliptic modular transformations on the Teichmuller and the asymptotic Teichmuller spaces'', Colloquium (Wesleyan University), 2008年11月

- ⑫ 藤川英華, 「漸近的タイヒミュラーモジュラー群の楕円型元」, 大阪大学低次元トポロジーセミナー (大阪大学), 2008年10月28日
- ⑬ 藤川英華, ``Periodicity of elliptic modular transformations on asymptotic Teichmüller spaces'', 日本数学会 2008年秋期総合分科会 函数論分科会 (東京工業大学) 2008年9月
- ⑭ Ege Fujikawa, ``Elliptic modular transformations on asymptotic Teichmüller spaces'', The 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (Dongguk University, Gyeongju, Korea), 2008年7月
- ⑮ Ege Fujikawa, ``Intermediate Teichmüller space: a moduli space for a Riemann surface of infinite type'', Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables XII (湘南国際村センター), 2008年7月14日
- ⑯ 藤川英華, 「無限次元タイヒミュラー空間と複素解析的モジュライ空間の構造」, 東大複素解析幾何セミナー (東京大学), 2008年5月12日

[図書] (計1件)

Ege Fujikawa editor, Infinite dimensional Teichmüller space and moduli space, RIMS Kōkyūroku Bessatsu B17, Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, 2010.

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.s.chiba-u.ac.jp/~fujikawa/>

## 6. 研究組織

- (1) 藤川 英華 (FUJIKAWA EGE)  
千葉大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号: 80433788
- (2) 研究分担者  
なし
- (3) 連携研究者  
なし