様式 C-7-2

自己評価報告書

平成２３年　５月　２日現在

機関番号：３３９０３
研究種目：若手研究（B）
研究期間：2008～2011
課題番号：２０７４００８１
研究課題名（和文）　双曲正多角形を基本領域にもつリーマン面とクライン面の研究

研究課題名（英文）　Study on Riemann surfaces and Klein surfaces with hyperbolic regular polygons as their fundamental regions

研究代表者
中村　豪（NAKAMURA GOU）
愛知工業大学・工学部・准教授
研究者番号：５０３１９２０８

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・基礎解析学
キーワード：複素解析、関数論、解析学、リーマン面、クライン面、基本領域、極値的円板

１．研究計画の概要

本研究は極値的円板のアイデアを主な手段として，双曲正多角形を基本領域にもつ双曲的閉曲面の等角同値による分類を行い，モジュライ空間をより深く理解することである。具体的には次を考察することである。

(1) 双曲正多角形を基本領域にもつ種数３のコンパクトリーマン面のワイエルシュトラス点の探求

(2) 種数２のリーマン面に対する極値的円板の中心点，ワイエルシュトラス点，オーバルの相互関係の解明

(3) 双曲正多角形を基本領域にもつ種数２と３のコンパクトリーマン面の等角同値による分類

(4) 極値的円板をもつ種数４，５，６のクライン面の決定と解析

２．研究の進捗状況

(1) 種数３の極値的リーマン面で超楕円的なものに対してワイエルシュトラス点は得られているので，この手法を極値的でない超楕円的なものに対して適用することを試みている。具体的には，超楕円的対合を構成し，その固定点を基本領域の辺の貼り合わせ方から求めることである。

(2) 対象は種数２の極値的な対称リーマン面である。これに対しては極値的円板の中心点は高々４個，ワイエルシュトラス点は６個であり，これらの位置は既に得られている。オーバルは反等角自己同型写像の固定点集合であり，高々３個の単純閉曲線であるので，その位置関係の数式化を試みている。

(3) 種数２と３のいずれに対しても極値的な場合に等角同値による分類が得られている。同様の手法で，辺の数が少ない正多角形に対しても調べている。

(4) 種数４と５に対して極値的クライン面がすべて決定できた。種数４の場合は 144 種類存在し，このうち極値的円板を２個含むものは２２種類である。種数５の場合は 3627 種類の極値的クライン面が存在し，このうち極値的円板を２個含むものは１７種類である。種数４，５のいずれの場合も極値的円板が３個以上含まれることはない。また，極値的円板の中心点も基本領域上に正確に得ることができ，自己同型群も得ることができた。
これら以外に次の結果を得ている。

(5) k 個の境界をもつ単葉型クライン面で位数 m の自己同型写像をもち，それによる商空間の代数的種数が p となるものに対して，位数 m が３より大きい素数の場合に k，m，p の関係から自己同型群を確定させた。

(6) 正８角形を基本領域にもつ種数２のコンパクトリーマン面に対して，単純閉測地線の長さを用いて，タイヒミュラー空間上における７次元の同次座標を具体的に与えることができた。そしてこのタイヒミュラー空間を７つの変数をもつ方程式により特徴付けることができた。

３．現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。
(理由)
(1) 種数３の超楕円的なリーマン面に対してワイエルシュトラス点を求める問題は，種数２の場合と同様の手法で解決できると予想されるため。
(2) 種数２のリーマン面に対する極値的円板の中心点，ワイエルシュトラス点，オーバルの相互関係を求める問題は，既にそれぞれの位置が得られているため。
(3) 双曲正多角形を基本領域にもつ種数２と３のコンパクトリーマン面の等角同値による分類については，極値的な場合に対して種数２と３のいずれの場合も完成しているため。
(4) 極値的円板をもつ種数４，５，６のクライン面の決定が最も解析に時間を要する問題と思われるのであるが，コンピュータの利用により計算が順調に進展しており，残すは種数６のみになったため。

４．今後の研究の推進方策

(1) 種数３のコンパクトリーマン面のワイエルシュトラス点を求める問題は，超楕円的ならば種数２の場合の議論が適用できると思われる。従って種数２の手法を再度精査する。
(2) 極値的円板の中心点，ワイエルシュトラス点，オーバルの相互関係を求める問題は，自己同型写像がどのように作用しているかを調べて，自己同型不変な集合を求めることにより解決を試みる。
(3) 等角同値による分類の問題は極値的な場合には完成しているので，これ以外の場合に対しても，基本領域である正多角形に含まれる最大半径の円板の配置を考察することにより，自己同型群を求めて等角同値性を調べる。
(4) 極値的円板をもつ種数６のクライン面を決定する問題に対しては，極値的円板の中心点を求め，そしてその位置関係と基本領域である正３０角形の辺の貼り合わせ方から自己同型群を決定させる。対象は膨大であるが，コンピュータを活用して迅速に進めることにより解決を試みる。

５． 代表的な研究成果
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計１件）
①Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 4 with extremal metric discs, Conformal Geometry and Dynamics, Vol.13, pp.124-135, 2009, 査読有り.

〔学会発表〕（計５件）
① Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 5 with extremal metric discs, 日本数学会 2011 年度年会 (アブストラクト), 2011 年 3 月 22 日, 早稲田大学.

② Gou Nakamura, Compact Klein surfaces of genus 5 with extremal discs, Joint Mathematics Meetings, AMS Special Session on Computational Algebraic and Analytic Geometry for Low-Dimensional Varieties, 2011 年 1 月 6 日, Sheraton, New Orleans, USA.

③ Gou Nakamura, Automorphism groups of q-m-gonal planar Klein surfaces, 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 2010年1月11日, 名古屋大学.

④ Gou Nakamura, Compact non-orientable surfaces of genus 4 with extremal metric discs, 2nd Belgian Mathematical Society - London Mathematical Society Conference, 2009年12月4-5日, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.

⑤ Gou Nakamura, Examples of the coordinates of genus 2-surfaces with regular fundamental octagon, XXIst Rolf Nevanlinna Colloquium, 2009年9月8日, 京都大学.

〔図書〕（計０件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕